**N**guy�n Tu�n Anh

# Tuyin t�p các đ� thi đ�i hQc 2002-2012

**theo chu đ�**

**T**rưdng THPT Sơn Tây

**M c l c**

1. Phương trình-Bfit PT-H� PT-H� BPT 3
   1. Phương trình và b�t phương trình 3
      1. Phương trình, b�t phương trình hitu ti và vô ti 3
      2. Phương trình lư9ng giác 4
      3. Phương trình,b�t phương trình mũ và logarit 8
   2. [H� Phương trình 9](#_TOC_250007)
   3. Phương pháp hàm s6, bài toán chrla tham s6 12

Đáp s6 13

1. Bfit đing thtic 17
   1. B�t điing thrlc 17
   2. Giá trj nho nh�t- Giá trj lon nh�t 18
   3. [Nh�n d<ng tam giác 20](#_TOC_250006)

Đáp s6 20

1. Hình hQc giai tích trong m�t phing 22
   1. Đưdng thiing 22
   2. Đưdng tròn 25
   3. [Cônic 26](#_TOC_250005)

Đáp s6 27

1. T6 h(Jp và sfi phtic 30
   1. [Bài toán đ�m 30](#_TOC_250004)
   2. Công thrlc t6 h9p 31
   3. Điing thrlc t6 h9p khi khai tri�n 31
   4. H� s6 trong khai tri�n nhj thrlc 32
   5. S6 phrlc 33

Đáp s6 34

1. Khao sát hàm sfi 36
   1. [Ti�p tuy�n 36](#_TOC_250003)
   2. Cl,tc trj 38
   3. [Tương giao đ6 thj 40](#_TOC_250002)
   4. [Bài toán khác 41](#_TOC_250001)

Đáp s6 42

1. Hình hQc giai tích trong không gian 44
   1. Đưdng thiing và m�t phiing 44
   2. M�t cdu 50
   3. Phương pháp t9a đ9 trong không gian 51

Đáp s6 54

1. Tích phân và ting d ng 57
   1. [Tính các tích phân sau: 57](#_TOC_250000)
   2. Tính di�n tích hình phiing đư9c gioi h<n bdi các đưdng sau: 59
   3. Tính th� tích kh6i tròn xoay đư9c t<o bdi hình phiing (H) khi quay quanh Ox. Bi�t (H) đư9c gioi h<n bdi các đưdng sau: 59

Đáp S6 60

**Chương 1**

**Phương trình-Bfit PT-H� PT-H� BPT**

* 1. **Phương trình và bfit phương trình 3**
     1. Phương trình, b�t phương trình hitu ti và vô ti 3
     2. Phương trình lư9ng giác 4
     3. Phương trình,b�t phương trình mũ và logarit 8
  2. **H� Phương trình 9**
  3. **Phương pháp hàm sfi, bài toán chtia tham sfi 12**

**Đáp sfi 13**

* 1. **Phương trình và bfit phương trình**
     1. **Phương trình, bfit phương trình hii'u ti và vô ti**

**Bài 1.1** (B-12)**.** Giai b�t phương trình

*x* + 1 + √*x*2 − 4*x* + 1 ≥ 3√*x.*

**Bài 1.2** (B-11)**.** Giai phương trình sau:

3√2 + *x* − 6√2 − *x* + 4√4 − *x*2 = 10 − 3*x* (*x* ∈ R)

**Bài 1.3** (D-02)**.** Giai b�t phương trình sau:

(*x*2 − 3*x*)√2*x*2 − 3*x* − 2 ≥ 0*.*

**Bài 1.4** (D-05)**.** Giai phương trình sau:

I

2 *x* + 2 + 2√*x* + 1 − √*x* + 1 = 4*.*

**Bài 1.5** (D-06)**.** Giai phương trình sau:

√2*x* − 1 + *x*2 − 3*x* + 1 = 0*.* (*x* ∈ R)

**Bài 1.6** (B-10)**.** Giai phương trình sau:

√3*x* + 1 − √6 − *x* + 3*x*2 − 14*x* − 8 = 0*.*

**Bài 1.7** (A-04)**.** Giai b�t phương trình sau:

;2(*x*2 − 16)

√*x* − 3

+ √*x* 3 *>* 7 − *x .*

− √*x* − 3

**Bài 1.8** (A-05)**.** Giai b�t phương trình sau:

√5*x* − 1 − √*x* − 1 *>* √2*x* − 4*.*

**Bài 1.9** (A-09)**.** Giai phương trình sau:

2√3 3*x* − 2 + 3√6 − 5*x* − 8 = 0*.*

**Bài 1.10** (A-10)**.** Giai b�t phương trình sau:

*x* − √*x*

1*.*

≥

1 − ;2(*x*2 − *x* + 1)

* + 1. **Phương trình lư(Jng giác**

**Bài 1.11** (D-12)**.** Giai phương trình sin 3*x* + cos 3*x*˘ sin *x* + cos *x* = √2 cos 2*x*

**Bài 1.12** (B-12)**.** Giai phương trình

2(cos *x* + √3 sin *x*) cos *x* = cos *x* − √3 sin *x* + 1*.*

**Bài 1.13** (A-12)**.** Giai phương trình sau:

√3 sin 2*x* + cos 2*x* = 2 cos *x* − 1

**Bài 1.14** (D-11)**.** Giai phương trình sau:

sin 2*x* + 2 cos *x* − sin *x* − 1

tan *x* + √3 = 0*.*

**Bài 1.15** (B-11)**.** Giai phương trình sau:

sin 2*x* cos *x* + sin *x* cos *x* = cos 2*x* + sin *x* + cos *x*

**Bài 1.16** (A-11)**.** Giai phương trình

1 + sin 2*x* + cos 2*x*

1 + cot2 *x* =

√

2 sin *x* sin 2*x.*

**Bài 1.17** (D-02)**.** Tìm *x* thu9c đo<n [0; 14] nghi�m đúng cua phương trình:

cos 3*x* − 4 cos 2*x* + 3 cos *x* − 4 = 0*.*

**Bài 1.18** (D-03)**.** Giai phương trình sau:

sin2 ( *x* − *π* ) tan2 *x* − cos2 *x* = 0*.*

2 4 2

**Bài 1.19** (D-04)**.** Giai phương trình sau:

(2 cos *x* − 1)(2 sin *x* + cos *x*) = sin 2*x* − sin *x.*

**Bài 1.20** (D-05)**.** Giai phương trình sau:

cos4 *x* + sin4 *x* + cos (*x* −

**Bài 1.21** (D-06)**.** Giai phương trình sau:

*π*

4 ) sin (3*x* −

*π* 3

4 ) − 2

= 0*.*

cos 3*x* + cos 2*x* − cos *x* − 1 = 0*.*

**Bài 1.22** (D-07)**.** Giai phương trình sau:

*x*

(sin

2

+ cos

*x* 2 √

) + 3 cos *x* = 2*.*

2

**Bài 1.23** (D-08)**.** Giai phương trình sau:

2 sin *x*(1 + cos 2*x*) + sin 2*x* = 1 + 2 cos *x.*

**Bài 1.24** (D-09)**.** Giai phương trình sau:

√3 cos 5*x* − 2 sin 3*x* cos 2*x* − sin *x* = 0*.*

**Bài 1.25** (D-10)**.** Giai phương trình sau:

sin 2*x* − cos 2*x* + 3 sin *x* − cos *x* − 1 = 0*.*

**Bài 1.26** (B-02)**.** Giai phương trình sau:

sin2 3*x* − cos2 4*x* = sin2 5*x* − cos2 6*x.*

**Bài 1.27** (B-03)**.** Giai phương trình sau:

2

cot *x* − tan *x* + 4 sin 2*x* = sin 2*x.*

**Bài 1.28** (B-04)**.** Giai phương trình sau:

5 sin *x* − 2 = 3(1 − sin *x*) tan2 *x.*

**Bài 1.29** (B-05)**.** Giai phương trình sau:

1 + sin *x* + cos *x* + sin 2*x* + cos 2*x* = 0*.*

**Bài 1.30** (B-06)**.** Giai phương trình sau:

cot *x* + sin *x*(1 + tan *x* tan

**Bài 1.31** (B-07)**.** Giai phương trình sau:

*x*

) = 4*.*

2

2 sin2 2*x* + sin 7*x* − 1 = sin *x.*

**Bài 1.32** (B-08)**.** Giai phương trình sau:

sin3 *x* − √3 cos3 *x* = sin *x* cos2 *x* − √3 sin2 *x* cos *x.*

**Bài 1.33** (B-09)**.** Giai phương trình sau:

sin *x* + cos *x* sin 2*x* + √3 cos 3*x* = 2(cos 4*x* + sin3 *x*)*.*

**Bài 1.34** (B-10)**.** Giai phương trình sau:

(sin 2*x* + cos 2*x*) cos *x* + 2 cos 2*x* − sin *x* = 0*.*

**Bài 1.35** (A-02)**.** Tìm ngi�m thu9c khoang (0; 2*π*) cua phương trình:

(

5 sin *x* +

cos 3*x* + sin 3*x* \ 1 + 2 sin 2*x*

= cos 2*x* + 3*.*

**Bài 1.36** (A-03)**.** Giai phương trình sau:

cos 2*x* 2

cot *x* − 1 = 1 + tan *x* + sin

**Bài 1.37** (A-05)**.** Giai phương trình sau:

1

*x* − 2 sin 2*x.*

cos2 3*x* cos 2*x* − cos2 *x* = 0*.*

**Bài 1.38** (A-06)**.** Giai phương trình sau:

2(cos6 *x* + sin6 *x*) − sin *x* cos *x*

√2 − 2 sin *x*

**Bài 1.39** (A-07)**.** Giai phương trình sau:

= 0*.*

(1 + sin2 *x*) cos *x* + (1 + cos2 *x*) sin *x* = 1 + sin 2*x.*

**Bài 1.40** (A-08)**.** Giai phương trình sau:

1

+

sin *x*

1

3*π* sin (*x* − 2 )

7*π*

= 4 sin (

4

− *x*)*.*

**Bài 1.41** (A-09)**.** Giai phương trình sau:

(1 − 2 sin *x*) cos *x* = √3*.*

(1 + 2 sin *x*)(1 − sin *x*)

**Bài 1.42** (A-10)**.** Giai phương trình sau:

*π*

(1 + sin *x* + cos 2*x*) sin (*x* + )

4 = 1

1 + tan *x*

√2 cos *x.*

* + 1. **Phương trình,bfit phương trình mũ và logarit**

**Bài 1.43** (D-11)**.** Giai phương trình sau:

√ √

log2(8 − *x*2) + log 1 (

2

1 + *x* +

1 − *x*) − 2 = 0 (*x* ∈ R)

**Bài 1.44** (D-03)**.** Giai phương trình sau:

2*x*2−*x*

2+*x*−*x*2

−

2

= 3*.*

**Bài 1.45** (D-06)**.** Giai phương trình sau:

2*x*2+*x*

− 4*.*2

*x*2−*x*

− 2*x* + 4 = 0*.*

**Bài 1.46** (D-07)**.** Giai phương trình sau:

2

log2 (4*x* + 15*.*2*x* + 27) + 2 log2 (

**Bài 1.47** (D-08)**.** Giai b�t phương trình sau:

*x*2 − 3*x* + 2

1

4*.*2*x* − 3

) = 0*.*

log 1

2

*x* ≥ 0*.*

**Bài 1.48** (D-10)**.** Giai phương trình sau:

42*x*+

*x*+2 + 2*x*3 = 42+

√

*x*+2 + 2*x*3+4*x*−4 (*x* R)

√

∈

**Bài 1.49** (B-02)**.** Giai b�t phương trình sau:

log*x* (log3 (9*x* − 72)) ≤ 1*.*

**Bài 1.50** (B-05)**.** Chrlng minh rang voi m9i *x* ∈ R*,* ta có:

12 *x*

( )

5

15 *x*

+ ( ) 4

20 *x*

+ ( ) 3

≥ 3*x* + 4*x* + 5*x.*

Khi nào điing thrlc say ra?

**Bài 1.51** (B-06)**.** Giai b�t phương trình sau:

log5 (4*x* + 144) − 4 log2 5 *<* 1 + log5 (2*x*−2 + 1)*.*

**Bài 1.52** (B-07)**.** Giai phương trình sau:

(√2 − 1)*x* + (√2 + 1)*x* − 2√2 = 0*.*

**Bài 1.53** (B-08)**.** Giai b�t phương trình sau:

*x*2 + *x*

log0*,*7 (log6 ( *x* + 4 )) *<* 0*.*

**Bài 1.54** (A-06)**.** Giai phương trình sau:

3*.*8*x* + 4*.*12*x* − 18*x* − 2*.*27*x* = 0*.*

**Bài 1.55** (A-07)**.** Giai b�t phương trình sau:

2 log3 (4*x* − 3) + log 1 (2*x* + 3) ≤ 2*.*

3

**Bài 1.56** (A-08)**.** Giai phương trình sau:

log2*x*−1 (2*x*

2

+ *x* − 1) + log*x*+1 (2*x* − 1)2

= 4*.*

## H� Phương trình

**Bài 1.57** (D-12)**.** Giai h� phương trình

( *xy* + *x* − 2 = 0

2*x*3 − *x*2*y* + *x*2 + *y*2 − 2*xy* − *y* = 0 ; (*x*; *y* ∈ R)

**Bài 1.58** (A-12)**.** Giai h� phương trình

( *x*3 − 3*x*2 − 9*x* + 22 = *y*3 + 3*y*2 − 9*y*

1

*x*2 + *y*2 *x* + *y* =

−

2

(*x, y* ∈ *R*)*.*

**Bài 1.59** (A-11)**.** Giai h� phương trình:

( 5*x*2*y* − 4*xy*2 + 3*y*3 − 2(*x* + *y*) = 0

*xy*(*x*2 + *y*2) + 2 = (*x* + *y*)2 (*x, y* ∈ R)

**Bài 1.60** (D-02)**.** Giai h� phương trình sau:

23*x* = 5*y*2 − 4*y* 4*x* + 2*x*+1



 2*x* + 2 = *y.*

**Bài 1.61** (D-08)**.** Giai h� phương trình sau:

( *xy* + *x* + *y* = *x*2 − 2*y*2

*x*√2*y* − *y*√*x* − 1 = 2*x* − 2*y* (*x, y* ∈ R)*.*

**Bài 1.62** (D-09)**.** Giai h� phương trình sau:

( *x*(*x* + *y* + 1) − 3 = 0

5

(*x* + *y*)2

−

*x*2

+ 1 = 0

(*x, y* ∈ R)*.*

**Bài 1.63** (D-10)**.** Giai h� phương trình sau:

( *x*2 − 4*x* + *y* + 2 = 0

2 log (*x* − 2) − log√ = 0

2 2 *y*

**Bài 1.64** (B-02)**.** Giai h� phương trình sau:

(*x, y* ∈ R)*.*

( √3 *x* − *y* = √*x* − *y*

*x* + *y* = √*x* + *y* + 2*.*

**Bài 1.65** (B-03)**.** Giai h� phương trình sau:



 3*y* =





 3*x* =



*y*2 + 2

*x*2

*x*2 + 2

*y*2 *.*

**Bài 1.66** (B-05)**.** Giai h� phương trình sau:

( √*x* − 1 + √2 − *y* = 1

3 log9 (9*x*2) − log3 *y*3 = 3*.*

**Bài 1.67** (B-08)**.** Giai h� phương trình sau:

( *x*4 + 2*x*3*y* + *x*2*y*2 = 2*x* + 9

*x*2 + 2*xy* = 6*x* + 6 (*x, y* ∈ R)*.*

**Bài 1.68** (B-09)**.** Giai h� phương trình sau:

( *xy* + *x* + 1 = 7*y*

*x*2*y*2 + *xy* + 1 = 13*y*2 (*x, y* ∈ R)*.*

**Bài 1.69** (B-10)**.** Giai h� phương trình sau:

( log2 (3*y* − 1) = *x*

4*x* + 2*x* = 3*y*2*.*

**Bài 1.70** (A-03)**.** Giai h� phương trình sau:

 1 1

 *x* − *x* = *y* − *y*

 2*y* = *x*3 + 1*.*

**Bài 1.71** (A-04)**.** Giai h� phương trình sau:

 1

 log 1 (*y* − *x*) − log4 *y* = 1

4

 *x*2 + *y*2 = 25*.*

**Bài 1.72** (A-06)**.** Giai h� phương trình sau:

( *x* + *y* − √*xy* = 3

√*x* + 1 + √*y* + 1 = 4*.*

**Bài 1.73** (A-08)**.** Giai h� phương trình sau:

 5

 *x*2 + *y* + *x*3*y* + *xy*2 + *xy* = −

5 4

 *x*4 + *y*2 + *xy*(1 + 2*x*) = − *.*

4

**Bài 1.74** (A-09)**.** Giai h� phương trình sau:

( log2 (*x*2 + *y*2) = 1 + log2 (*xy*) 3*x*2−*xy*+*y*2 = 81*.*

**Bài 1.75** (A-10)**.** Giai h� phương trình sau:

( (4*x*2 + 1)*x* + (*y* − 3)√5 − 2*y* = 0 4*x*2 + *y*2 + 2√3 − 4*x* = 7*.*

## Phương pháp hàm sfi, bài toán chtia tham sfi

**Bài 1.76** (D-11)**.** Tìm m đ� h� phương trình sau có nghi�m

( 2*x*3 − (*y* + 2)*x*2 + *xy* = *m*

*x*2 + *x* − *y* = 1 − 2*m* (*x, y* ∈ R)

**Bài 1.77** (D-04)**.** Tìm *m* đ� h� phương trình sau có nghi�m:

( √*x* + √*y* = 1

*x*√*x* + *y*√*y* = 1 − 3*m.*

**Bài 1.78** (D-04)**.** Chrlng minh rang phương trình sau có đúng m9t nghi�m:

*x*5 − *x*2 − 2*x* − 1 = 0*.*

**Bài 1.79** (D-06)**.** Chrlng minh rang voi m9i *a >* 0, h� phương trình sau có nghi�m duy nh�t:

( *ex* − *ey* = ln (1 + *x*) − ln (1 + *y*)

*y* − *x* = *a.*

**Bài 1.80** (D-07)**.** Tìm giá trj cua tham s6 *m* đ� phương trình sau có nghi�m thl,tc:

 1 1

 *x* + *x* + *y* + *y* = 5

1

 *x*3 +



*x*3

+ *y*3 + 1

*y*3

= 15*m* − 10*.*

**Bài 1.81** (B-04)**.** Xác đjnh *m* đ� phương trình sau có nghi�m

*m* √1 + *x*2 − √1 − *x*2 = 2√1 − *x*4 + √1 + *x*2 − √1 − *x*2*.*

**Bài 1.82** (B-06)**.** Tìm *m* đ� phương trình sau có hai nghi�m thl,tc phân bi�t:

√*x*2 + *mx* + 2 = 2*x* + 1*.*

**Bài 1.83** (B-07)**.** Chrlng minh rang voi m9i giá trj dương cua tham s6 *m*, phương trình sau có hai nghi�m thl,tc phân bi�t:

*x*2 + 2*x* − 8 = ;*m*(*x* − 2)*.*

**Bài 1.84** (A-02)**.** Cho phương trình:

log2 *x* + I

2 *x* + 1

2*m* 1 = 0 (*m* là tham s6)*.*

3 log3 − −

1. Giai phương trình khi *m* = 2.

√

1. Tìm *m* đ� phương trình có ít nh�t m9t nghi�m thu9c đo<n [1; 3

**Bài 1.85** (A-07)**.** Tìm *m* đ� phương trình sau có nghi�m thl,tc:

3√*x* − 1 + *m*√*x* + 1 = 2√4 *x*2 − 1*.*

3]*.*

**Bài 1.86** (A-08)**.** Tìm các giá trj cua tham s6 *m* đ� phương trình sau có đúng hai nghi�m thl,tc phân bi�t:

√4 2*x* + √2*x* + 2√4 6 − *x* + 2√6 − *x* = *m* (*m* ∈ R)*.*

## Đáp sfi

r 0 ≤ *x* ≤ 1

4

**1.9** *x* = −2

**1.1** *x* ≥ 4

√

**1.10** *x* =

3− 5

2

**1.2** *x* = 6

5

### 1.11

*π*

r *x* =

− 12

*x* = 7*π*

+ *k*2*π*

 *x* ≤ − 1

2

12 + *k*2*π*

**1.3**  *x* = 2

*x* ≥ 3

**1.4** *x* = 3

**1.5** *x* = 1 ∨ *x* = 2 − √2

### 1.12

**1.13**

r *x* = ± 2*π* + *k*2*π*

*x* = *k*2*π*

3

 *x* = *π* + *kπ*

2

 *x* = *k*2*π*

3 + *k*2*π*

*x* = 2*π*

**1.6** *x* = 5

**1.7** *x >* 10 − √34

* 1. *x* = *π* + *k*2*π*
  2. cos *x* = −1; cos *x* = 1

3

2

r *x* = + *kπ*

*π*

**1.8** 2 ≤ *x <* 10

### 1.16

2

*x* = *π* + *k*2*π*

4

**1.17** *x* = *π* ; *x* = 3*π* ; *x* = 5*π* ; *x* = 7*π*

r *x* = *π*

2 2 2

2 **1.30**

12 + *kπ*

12 + *kπ*

*x* = 5*π*

(*k* ∈ Z)

I *x* = *π* + *k*2*π*

*π π*

*π*

**1.18** *x* = − + *kπ* (*k* ∈ Z)

**1.31** *x* = 8 + *k* 4

4 18

*x* =

*π*

*x* = 5*π*

+ *k* 2*π*

2*π*

3

r *x* = ± *π* + *k*2*π*

3

18 + *k* 3

* 1. *x* =

+ *kπ* (*k* ∈ Z)

r

*π π π*

* 1. *x* =

− 4

*π*

4 + *kπ* (*k* ∈ Z)

### 1.32

*x* = 4 + *k* 2

*x* = − *π* + *kπ*

3

r *x* = − *π* + *k*2*π*

(*k* ∈ Z)

**1.33** 6

(*k* ∈ Z)

I *x* = *kπ*

*x* = *π* 2*π*

**1.21** 2*π* (*k* ∈ Z)

*x* = ± + *k*2*π*

**1.34** *x* = *π*

42 + *k* 7

*π*

3

r *x* = *π* + *k*2*π*

2

* 1. *x* = − *π* + *k*2*π*

6

(*k* ∈ Z)

### 1.35

4 + *k* 2 (*k* ∈ Z)

r *x* = *π*

3

*x* = 5*π*

3

r *x* = ± 2*π* + *k*2*π*

**1.36** *x* = *π* + *kπ* (*k* ∈ Z)

* 1. *x* = *π* 3

4

(*k* ∈ Z)

4 + *kπ*

* 1. *x* = *k π*

(*k* ∈ Z)

r *x* = *π*

2

+ *k π*

**1.24** 18 3

*π*

*π*

*x* =

(*k* ∈ Z)

* 1. *x* = 5*π*

− 6 + *k* 2

r *x* = *π* + *k*2*π*

5*π*

4 + *k*2*π* (*k* ∈ Z)

* 1. *x* = − *π* + *kπ*

4

*x* = *π* + *k*2*π*

### 1.25 6

*x* = 6

r *x* = *kπ*

**1.26** *x* = 9

2

*kπ*

+ *k*2*π* (*k* ∈ Z)

(*k* ∈ Z)

2

*x* = *k*2*π*

* 1. *x* = − *π* + *kπ*

4

*x* = − *π* + *kπ*

8

5*π*

**1.27** *x* = ± *π* + *kπ* (*k* ∈ Z)

3

*x* = 8 + *kπ*

*π* 2*π*

r *x* = *π* + *k*2*π*

6

**1.28** *x* = 5*π* + *k*2*π* (*k* ∈ Z)

6

**1.41** *x* = − 18 + *k* 3 (*k* ∈ Z)

r *x* = − *π* + *k*2*π*

### 1.42 6

7*π*

*x* = + *k*2*π*

(*k* ∈ Z)

r *x* = − *π* + *kπ* 6

**1.29** *x* =

± + *k*2*π* (*k* Z)

4

2*π* ∈

3

**1.43** *x* = 0

**1.44** r *x* = −1

*x* = 2

### 1.60

(*x* = 0

*y* = 1

(*x* = 2

∨ *y* = 4

**1.45** *x* = 0 ∨ *x* = 1

**1.46** *x* = log2 3

**1.61** (*x*; *y*) = (5; 2)

3

**1.62** (*x*; *y*) = (1; 1); (2; − 2 )

**1.47** *S* = [2 − √2; 1) ∪ (2; 2 + √2]

**1.48** *x* = 1 ∨ *x* = 2

**1.49** log9 73 *< x* ≤ 2

**1.63** (*x*; *y*) = (3; 1)

**1.64** (*x*; *y*) = (1; 1); ( 3 ; 1 )

2 2

**1.65** *x* = *y* = 1

**1.50** *x* = 0

**1.51** 2 *< x <* 4

**1.52** *x* = 1 ∨ *x* = −1

**1.53** *S* = (−4; −3) ∪ (8; +∞)

**1.66** (*x*; *y*) = (1; 1); (2; 2)

**1.67** (*x*; *y*) = (−4; 17 )

4

**1.68** (*x*; *y*) = (1; 1 ); (3; 1)

3

**1.69** (*x*; *y*) = (−1; 1 )

2

√

√

**1.70** (*x*; *y*) = (1; 1); ( −1+

5 ; −1+ 5 )

**1.54** *x* = 1

√

( −1− 5

2 ;

√ 2 2

−1− 5

)

2

**1.55** 3 *< x* ≤ 3

4

**1.56** *x* = 2 ∨ *x* = 5

4

**1.71** (*x*; *y*) = (3; 4)

**1.72** (*x*; *y*) = (3; 3)

I

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1.73** (*x*; *y*) = (I3 | 5 |  | 25 |  |
|  (*x*; *y*) | = (1; 1) | 4 |  | 16 | 2 |

; − 3

) = (1; − 3 )

**1.57**  ( −1+ 5 ; √5)

√

**1.74** *x* = *y* = 2

2 √ √

( −1− 5

2 ; − 5)

**1.58** (*x*; *y*) = ( 3 ; − 1 ) ; ( 1 ; −3 )

*x* = *y* = −2

**1.75** (*x*; *y*) = ( 1 ; 2)

2

2 2 2 2

√ √

√

**1.76** *m* ≤ 2− 3

**1.59** (1; 1); (−1; −1); ( 2 2 ;

2 ); 2

√

(− 2 2

√5 ; −

√

√5 )

2

√5 √5

1

**1.77** 0 ≤ *m* ≤ 4

**1.78** *f* (*x*) = vt đb trên[1; +∞)

I 7

**1.80** 4 ≤ *m* ≤ 2

*m* ≥ 22

**1.81** √2 − 1 ≤ *m* ≤ 1

**1.82** *m* ≥ 9

2

### 1.83

√

**1.84** 1*.x* = 3± 3

2*.*0 ≤ *m* ≤ 2

**1.85** −1 *< m* ≤ 1

3

**1.86** 2√6 + 2√4 6 ≤ *m <* 3√2 + 6

[**www.MATHVN.com**](http://www.MATHVN.com/)

**Chương 2**

**Bfit đing thtic**

* 1. **Bfit đing thtic 17**
  2. **Giá trj nho nhfit- Giá trj lon nhfit 18**
  3. **Nh�n d�ng tam giác 20**

**Đáp sfi 20**

* 1. **Bfit đing thtic**

**Bài 2.1** (A-09)**.** Chrlng minh rang voi m9i s6 thl,tc dương *x, y, z*

thoa mãn *x*(*x* + *y* + *z*) = 3*yz*, ta có:

(*x* + *y*)3 + (*x* + *z*)3 + 3(*x* + *y*)(*x* + *z*)(*y* + *z*) ≤ 5(*y* + *z*)3*.*

**Bài 2.2** (A-05)**.** Cho *x, y, z* là các s6 dương thoa mãn minh rang

1 1 1

+ +

*x y z*

= 4. Chrlng

1

2*x* + *y* + *z*

1

+

*x* + 2*y* + *z*

1

+

*x* + *y* + 2*z*

≤ 1*.*

**Bài 2.3** (A-03)**.** Cho *x, y, z* là ba s6 dương và *x* + *y* + *z* ≤ 1. Chrlng minh rang

I I I

*x*2 + 1 +

*x*2

*y*2 + 1 +

*y*2

*z*2 + 1

*z*2

√

≥ 82*.*

**Bài 2.4** (D-07)**.** Cho *a* ≥ *b >* 0. Chrlng minh rang :

(

2*a* +

1 \*b*

2*a* ≤

*a*

(2*b* + 1 \ .

2*b*

**Bài 2.5** (D-05)**.** Cho các s6 dương *x*, *y*, *z* thoa mãn *xyz* = 1. Chrlng minh rang

;1 + *x*3 + *y*3

+

*xy*

Khi nào điing thrlc xay ra?

;1 + *y*3 + *z*3

*yz*

;1 + *z*3 + *x*3

+

*zx*

√

≥ 3 3*.*

## Giá trj nho nhfit- Giá trj lon nhfit

**Bài 2.6** (D-12)**.** Cho các s6 thl,tc x, y thoa mãn (*x*˘4)2 + (*y*˘4)2 + 2*xy* ≤ 32. Tìm giá trj nho nh�t cua bi�u thrlc *A* = *x*3 + *y*3 + 3(*xy*˘1)(*x* + *y*˘2).

**Bài 2.7** (B-12)**.** Cho các s6 thl,tc x, y, z thoa mãn các đi�u ki�n *x* + *y* + *z* = 0 và

*x*2 + *y*2 + *z*2 = 1*.*

Tìm giá trj lon nh�t cua bi�u thrlc

*P* = *x*5 + *y*5 + *z*5*.*

**Bài 2.8** (A-12)**.** Cho các s6 thl,tc *x, y, z* thoa mãn đi�u ki�n *x* + *y* + *z* = 0. Tìm giá trj nho nh�t cua bi�u thrlc

*P* = 3|*x*−*y*| + 3|*y*−*z*| + 3|*z*−*x*| − ;6*x*2 + 6*y*2 + 6*z*2

**Bài 2.9** (B-11)**.** Cho a và b là các s6 thl,tc dương thoa mãn

2(*a*2 + *b*2) + *ab* = (*a* + *b*)(*ab* + 2). Tìm giá trj nho nh�t cua bi�u thrlc

P= 4

( *a*3

*b*3 \

+

( *a*2

− 9

*b*2 \

+ .

*b*3 *a*3

*b*2 *a*2

**Bài 2.10** (A-11)**.** Cho *x, y, z* là ba s6 thl,tc thu9c đo<n [1; 4] và *x* ≥ *y, x* ≥ *z*. Tìm giá trj nho nh�t cua bi�u thrlc

*x*

*P* =

2*x* + 3*y*

.

*y*

+

*y* + *z*

*z*

+

*z* + *x*

**Bài 2.11** (D-11)**.** Tìm giá trj nho nh�t và giá trj lon nh�t cua hàm s6 *y* = 2*x*2 + 3*x* + 3

*x* + 1

trên đo<n [0; 2].

**Bài 2.12** (A-07)**.** Cho *x, y, z* là các s6 thl,tc dương thay đ6i và thoa mãn đi�u ki�n

*xyz* = 1. Tìm giá trj nho nh�t cua bi�u thrlc:

*x*2(*y* + *z*)

*y*2(*z* + *x*)

*z*2(*x* + *y*)

*P* = +

√

√

√

√

*y y* + 2*z z*

+

*z z* + 2*x x*

*.*

*x x* + 2*y y*

√

**Bài 2.13** (A-06)**.** Cho hai s6 thl,tc *x* /= 0*, y* /= 0 thay đ6i và thoa mãn đi�u ki�n:

√

(*x* + *y*)*xy* = *x*2 + *y*2 − *xy.*

Tìm giá trj lon nh�t cua bi�u thrlc

1

*A* = *x*3

1

+ *y*3 *.*

**Bài 2.14** (B-10)**.** Cho các s6 thl,tc không âm *a, b, c* thoa mãn *a* + *b* + *c* = 1. Tìm giá trj nho nh�t cua bi�u thrlc

*M* = 3(*a*2*b*2 + *b*2*c*2 + *c*2*a*2) + 3(*ab* + *bc* + *ca*) + 2√*a*2 + *b*2 + *c*2*.*

**Bài 2.15** (B-09)**.** Cho các s6 thl,tc *x, y* thay đ6i và thoa mãm (*x* + *y*)3 + 4*xy* ≥ 2. Tìm giá trj nho nh�t cua bi�u thrlc

*A* = 3(*x*4 + *y*4 + *x*2*y*2) − 2(*x*2 + *y*2) + 1*.*

**Bài 2.16** (B-08)**.** Cho hai s6 thl,tc *x, y* thay đ6i và thoa mãn h� thrlc *x*2 + *y*2 = 1. Tìm giá trj lon nh�t và giá trj nho nh�t cua bi�u thrlc

2(*x*2 + 6*xy*)

*P* = 1 + 2*xy* + 2*y*2 *.*

**Bài 2.17** (B-07)**.** Cho *x, y, z* là ba s6 thl,tc dương thay đ6i. Tìm giá trj nho nh�t cua bi�u thrlc:

( *x*

*P* = *x* + 2

1 \ ( *y*

+ *y*

*yz* 2

1 \ ( *z* 1 \

+ + *z* + *.*

*zx* 2 *xy*

**Bài 2.18** (B-06)**.** Cho *x*, *y* là các s6 thl,tc thay đ6i. Tìm giá trj nho nh�t cua bi�u thrlc:

*A* = ;(*x* − 1)2 + *y*2 + ;(*x* + 1)2 + *y*2 + |*y* − 2|*.*

**Bài 2.19** (B-03)**.** Tìm giá trj lon nh�t và giá trj nho nh�t cua hàm s6

*y* = *x* + √4 − *x*2.

**Bài 2.20** (D-10)**.** Tìm giá trj nho nh�t cua hàm s6

*y* = √−*x*2 + 4*x* + 21 − √−*x*2 + 3*x* + 10*.*

**Bài 2.21** (D-09)**.** Cho các s6 thl,tc không âm *x*, *y* thay đ6i và thoa mãn *x* + *y* = 1. Tìm giá trj lon nh�t và giá trj nho nh�t cua bi�u thrlc

*S* = (4*x*2 + 3*y*)(4*y*2 + 3*x*) + 25*xy.*

**Bài 2.22** (D-08)**.** Cho *x*, *y* là hai s6 thl,tc không âm thay đ6i. Tìm giá trj lon nh�t và giá trj nho nh�t cua bi�u thrlc

*P* = (*x* − *y*)(1 − *xy*) (1 + *x*) (1 + *y*)

2 2 *.*

**Bài 2.23** (D-03)**.** Tìm giá trj lon nh�t và giá trj nho nh�t cua hàm s6 *y* =

*x* + 1

√*x*2 + 1 trên đo<n [−1; 2].

## Nh�n d�ng tam giác

**Bài 2.24** (A-04)**.** Cho tam giác *ABC* không tù thoa mãn đi�u ki�n

cos 2*A* + 2√2 cos *B* + 2√2 cos *C* = 3*.*

Tính ba góc cua tam giác *ABC*.

## Đáp sfi

**2.6** *Amin* = 17−5 5

√

**2.13** *Amax* = 16

**2.20** *ymin* = √2

**2.7** *P* =

4

5√6

**2.14** *Mmin* = 2

* 1. *Smax* = 25 ; *S*

2

*min* =

36

**2.8** *Pmin* = 3

**2.15** *A*

9

*min* = 16

191

16

**2.9** min *P* = − 23

**2.16** *Pmax* = 3; *Pmin* =

−6

* 1. *Pmin* =

− ; *Pmax* =

1 1

4

**2.10** *Pmin* = 34

33

9

**2.17** *Pmin* = 2

### 

4

### 2.23

4

*ymax* = √2; *ymin* =

* 1. GTLN là 17 ;GTNN là 3

3

* 1. *Pmin* = 2

**2.18** *Amin* = 2 + √3

**2.19** *max y* = 2√2

[−2;2]

*min y* = −2

[−2;2]

0

**2.24** *A* = 90*o*; *B* = *C* = 45*o*

[**www.MATHVN.com**](http://www.MATHVN.com/)

**Chương 3**

**Hình hQc giai tích trong m�t phing**

* 1. **Đưong thing 22**
  2. **Đưong tròn 25**
  3. **Cônic 26**

**Đáp sfi 27**

* 1. **Đưong thing**

**Bài 3.1** (D-12)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Oxy, cho hình chit nh�t ABCD. Các đưdng thiing AC và AD ldn lư9t có phương trình là *x*+3*y* = 0 và *x*˘*y* +4 = 0; đưdng thiing BD đi qua đi�m M (− 1 ; 1). Tìm t9a đ9 các đinh cua hình chit nh�t

3

ABCD.

**Bài 3.2** (A-12)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Oxy, cho hình vuông ABCD. G9i M là trung đi�m cua c<nh BC, N là đi�m trên c<nh CD sao cho CN = 2ND. Gia su

*M* ( 11 1

2 ; 2 )và đưdng thiing AN có phương trình 2*x* − *y* − 3 = 0. Tìm t9a đ9 đi�m

A.

**Bài 3.3** (D-11)**.** Trong m�t phiing t9a đ9 Oxy, cho tam giác ABC có đinh *B*(−4; 1), tr9ng tâm G(1; 1) và đưdng thiing chrla phân giác trong cua góc A có phương trình *x* − *y* − 1 = 0. Tìm t9a đ9 các đinh A và C.

**Bài 3.4** (B-11)**.** Trong m�t phiing to< đ9 Oxy, cho hai đưdng thiing ∆ : *x*−*y* −4 = 0 và *d* : 2*x* − *y* − 2 = 0. Tìm t9a đ9 đi�m N thu9c đưdng thiing d sao cho đưdng thiing ON cat đưdng thiing ∆ t<i đi�m M thoa mãn OM.ON = 8.

**Bài 3.5** (A-10)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho tam giác ABC cân t<i A có đinh A(6;6), đưdng thiing đi qua trung đi�m cua các c<nh AB và AC có phương trình *x* + *y* − 4 = 0. Tìm t9a đ9 các đinh B và C, bi�t đi�m E(1;-3) nam trên đưdng cao đi qua đinh C cua tam giác đã cho.

**Bài 3.6** (A-09)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho hình chit nh�t ABCD có đi�m I(6;2) là giao đi�m cua hai đưdng chéo AC và BD. Đi�m M(1;5) thu9c đưdng thiing AB và trung đi�m E cua c<nh CD thu9c đưdng thiing

∆ : *x* + *y* − 5 = 0. Vi�t phương trình đưdng thiing AB.

**Bài 3.7** (A-06)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho các đưdng thiing :

*d*1 : *x* + *y* + 3 = 0*, d*2 : *x* − *y* − 4 = 0*, d*3 : *x* − 2*y* = 0*.*

Tìm t9a đ9 đi�m M nam trên đưdng thiing *d*3 sao cho khoang cách tu M đ�n đưdng thiing *d*1 bang hai ldn khoang cách tu M đ�n đưdng thiing *d*2.

**Bài 3.8** (A-05)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho hai đưdng thiing :

*d*1 : *x* − *y* = 0 và *d*2 : 2*x* + *y* − 1 = 0*.*

Tìm t9a đ9 các đinh cua hình vuông ABCD bi�t rang đinh A thu9c *d*1, đinh C thu9c *d*2 và các đinh B, D thu9c tr,ic hoành.

**Bài 3.9** (A-04)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho hai đi�m A(0;2) và B(−√3; −1). Tìm t9a đ9 trl,tc tâm và t9a đ9 tâm đưdng tròn ngo<i

ti�p cua tam giác OAB.

**Bài 3.10** (A-02)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, xét tam giác ABC vuông t<i A, phương trình đưdng thiing BC là √3*x* − *y* − √3 = 0, các

đinh A và B thu9c tr,ic hoành và bán kính đưdng tròn n9i ti�p bang 2. Tìm t9a đ9 tr9ng tâm G cua tam giác ABC.

**Bài 3.11** (B-10)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho tam giác ABC vuông t<i A, có đinh C(-4;1), phân giác trong góc A có phương trình *x* + *y* − 5 = 0. Vi�t phương trình đưdng thiing BC, bi�t di�n tích tam giác ABC bang 24 và đinh A có hoành đ9 dương.

**Bài 3.12** (B-09)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho tam giác ABC cân t<i A có đinh A(-1;4) và các đinh B, C thu9c đưdng thiing ∆ : *x* − *y* − 4 = 0. Xác đjnh t9a đ9 các đi�m B và C, bi�t rang di�n tích tam giác ABC bang 18.

**Bài 3.13** (B-08)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, hãy xác đjnh t9a đ9 đinh C cua tam giác ABC bi�t rang hình chi�u vuông góc cua C trên đưdng thiing AB là đi�m H(-1;-1), đưdng phân giác trong cua góc A có phương trình *x* − *y* + 2 = 0 và đưdng cao ke tu B có phương trình 4*x* + 3*y* − 1 = 0.

**Bài 3.14** (B-07)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho đi�m A(2;2) và các đưdng thiing :

*d*1 : *x* + *y* − 2 = 0*, d*2 : *x* + *y* − 8 = 0*.*

Tìm t9a đ9 đi�m B và C ldn lư9t thu9c *d*1 và *d*2 sao cho tam giác ABC vuông cân t<i A.

**Bài 3.15** (B-04)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho hai đi�m A(1;1), B(4;-3). Tìm đi�m C thu9c đưdng thiing *x* − 2*y* − 1 = 0 sao cho khoang cách tu C đ�n đưdng thiing AB bang 6.

**Bài 3.16** (B-03)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho tam giác ABC có AB=AC, *B*---*AC* = 90*o*. Bi�t M(1;-1) là trung đi�m c<nh BC và G( 2 ; 0) là tr9ng tâm tam giác ABC. Tìm t9a đ9 các đinh A, B, C.

3

**Bài 3.17** (B-02)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho hình chit nh�t ABCD có tâm I( 1 ; 0), phương trình đưdng thiing AB là *x* 2*y* + 2 = 0

−

2

và AB=2AD. Tìm t9a đ9 các đinh A, B, C, D bi�t rang đinh A có hoành đ9 âm.

**Bài 3.18** (D-10)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho đi�m A(0;2) và ∆ là đưdng thiing đi qua O. G9i H là hình chi�u vuông góc cua A trên

∆. Vi�t phương trình đưdng thiing ∆, bi�t rang khoang cách tu H đ�n tr,ic hoành bang AH.

**Bài 3.19** (D-09)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho tam giác ABC có M(2;0) là trung đi�m cua c<nh AB. Đưdng trung tuy�n và đưdng cao đi qua đinh A ldn lư9t có phương trình là 7*x* − 2*y* − 3 = 0 và 6*x* − *y* − 4 = 0. Vi�t phương trình đưdng thiing AC.

**Bài 3.20** (D-04)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho tam giác ABC có các đinh A(-1;0); B(4;0); C(0;m) voi m /= 0. Tìm t9a đ9 tr9ng tâm G cua tam giác ABC theo m. Xác đjnh m đ� tam giác GAB vuông t<i G.

## Đưong tròn

**Bài 3.21** (D-12)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Oxy, cho đưdng thiing *d* : 2*x*˘*y* + 3 = 0. Vi�t phương trình đưdng tròn có tâm thu9c d, cat tr,ic Ox t<i A và B, cat tr,ic Oy t<i C và D sao cho AB = CD = 2.

**Bài 3.22** (B-12)**.** Trong m�t phiing có h� t9a đ9 Oxy, cho các đưdng tròn (*C*1) : *x*2 + *y*2 =, (*C*2) : *x*2 + *y*2 − 12*x* + 18 = 0 và đưdng thiing *d* : *x* − *y* − 4 = 0. Vi�t phương trình đưdng tròn có tâm thu9c (C2), ti�p xúc voi d và cat (C1) t<i hai

đi�m phân bi�t A và B sao cho AB vuông góc voi d.

**Bài 3.23** (D-11)**.** Trong m�t phiing t9a đ9 Oxy, cho đi�m *A*(1; 0) và đưdng tròn (*C*) : *x*2 + *y*2 − 2*x* + 4*y* − 5 = 0. Vi�t phương trình đưdng thiing ∆ cat (C) t<i đi�m M và N sao cho tam giác AMN vuông cân t<i A.

**Bài 3.24** (B-11)**.** Trong m�t phiing t9a đ9 Oxy, cho tam giác ABC có đinh *B*( 1 ; 1). Đưdng tròn n9i ti�p tam giác ABC ti�p xúc voi các c<nh BC, CA, AB tương rlng t<i các đi�m D, E, F. Cho *D*(3; 1) và đưdng thiing EF có phương trình *y* − 3 = 0. Tìm t9a đ9 đinh A, bi�t A có tung đ9 dương.

2

**Bài 3.25** (A-11)**.** Trong m�t phiing t9a đ9 Oxy, cho đưdng thiing ∆ : *x* + *y* + 2 = 0

và đưdng tròn (*C*) : *x*2 + *y*2 − 4*x* − 2*y* = 0. G9i I là tâm cua (*C*), M là đi�m thu9c

∆. Qua M ke các ti�p tuy�n MA và MB đ�n (*C*) (A và B là các ti�p đi�m). Tìm

t9a đ9 đi�m M, bi�t trl giác MAIB có di�n tích bang 10.

**Bài 3.26** (A-10)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho hai đưdng thiing *d*1 : √3*x* + *y* = 0 và *d*2 : √3*x* − *y* = 0. G9i (T) là đưdng tròn ti�p

xúc voi *d*1 t<i A, cat *d*2 t<i hai đi�m B và C sao cho tam giác ABC vuông t<i B.

√3

Vi�t phương trình cua (T), bi�t rang tam giác ABC có di�n tích bang

2

A có hoành đ9 dương.

và đi�m

**Bài 3.27** (A-09)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho đưdng tròn (C) : *x*2 + *y*2 + 4*x* + 4*y* + 6 = 0 và đưdng thiing ∆ : *x* + *my* − 2*m* + 3 = 0, voi *m* là tham s6 thl,tc. G9i I là tâm cua đưdng tròn (C). Tìm *m* đ� ∆ cat (C) t<i

hai đi�m phân bi�t A và B sao cho di�n tích tam giác IAB lon nh�t.

**Bài 3.28** (A-07)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho tam giác ABC có A(0;2), B(-2;-2), và C(4;-2). G9i H là chân đưdng cao ke tu B; M và N ldn lư9t là trung đi�m cua các c<nh AB và BC. Vi�t phương trình đưdng tròn đi qua các đi�m H, M, N.

**Bài 3.29** (B-09)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho đưdng

4

tròn (C): (*x* − 2)2 + *y*2 =

5 và hai đưdng thiing ∆1 : *x* − *y* = 0*,* ∆2 : *x* − 7*y* = 0.

Xác đjnh t9a đ9 tâm K và bán kính cua đưdng tròn (C1); bi�t đưdng tròn (C1) ti�p

xúc voi các đưdng thiing ∆1*,* ∆2 và tâm K thu9c đưdng tròn (C).

**Bài 3.30** (B-06)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho đưdng tròn (C): *x*2 + *y*2 − 2*x* − 6*y* + 6 = 0 và đi�m M(-3;1). G9i T1 và T2 là các ti�p đi�m cua các ti�p tuy�n ke tu M đ�n (C). Vi�t phương trình đưdng thiing T1T2.

**Bài 3.31** (B-05)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho hai đi�m A(2;0) và B(6;4). Vi�t phương trình đưdng tròn (C) ti�p xúc voi tr,ic hoành t<i đi�m A và khoang cách tu tâm cua (C) đ�n đi�m B bang 5.

**Bài 3.32** (D-10)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho tam giác ABC có đinh A(3;-7), trl,tc tâm là H(3;-1), tâm đưdng tròn ngo<i ti�p là I(- 2;0). Xác đjnh t9a đ9 đinh C, bi�t C có hoành đ9 dương.

**Bài 3.33** (D-09)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho đưdng tròn (C): (*x* − 1)2 + *y*2 = 1. G9i I là tâm cua (C). Xác đjnh t9a đ9 đi�m M thu9c

(C) sao cho *I*---*M O* = 30*o*.

**Bài 3.34** (D-07)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho đưdng tròn (C): (*x* − 1)2 + (*y* + 2)2 = 9 và đưdng thiing d: 3*x* − 4*y* + *m* = 0.

Tìm *m* đ� trên d có duy nh�t m9t đi�m P mà tu đó có th� ke đư9c hai ti�p tuy�n

PA, PB toi (C) (A, B là các ti�p đi�m) sao cho tam giác PAB đ�u.

**Bài 3.35** (D-06)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho đưdng tròn (C): *x*2 + *y*2 − 2*x* − 2*y* + 1 = 0 và đưdng thiing d: *x* − *y* + 3 = 0. Tìm t9a đ9 đi�m M nam trên d sao cho đưdng tròn tâm M, có bán kính g�p đôi bán kính

đưdng tròn (C), ti�p x,ic ngoài voi đưdng tròn (C).

**Bài 3.36** (D-03)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho đưdng tròn (C): (*x* − 1)2 + (*y* − 2)2 = 4 và đưdng thiing d: *x* − *y* − 1 = 0.

1. Vi�t phương trình đưdng tròn (C’) đ6i xrlng voi đưdng tròn (C) qua đưdng thiing

d.

1. Tìm t9a đ9 các giao đi�m cua (C) và (C’).

## Cônic

**Bài 3.37** (B-12)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Oxy, cho hình thoi ABCD có AC = 2BD và đưdng tròn ti�p xúc voi các c<nh cua hình thoi có phương trình

*x*2 + *y*2 = 4*.* Vi�t phương trình chính tac cua elip (E) đi qua các đinh A, B, C, D cua hình thoi. Bi�t A thu9c Ox.

**Bài 3.38** (A-12)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Oxy, cho đưdng tròn

(C) : *x*2 + *y*2 = 8. Vi�t phương trình chính tac elip (E), bi�t rang (E) có đ9 dài tr,ic lon bang 8 và (E) cat (C) t<i b6n đi�m t<o thành b6n đinh cua m9t hình vuông.

*x*2 *y*2

**Bài 3.39** (A-11)**.** Trong m�t phiing t9a đ9 Oxy, cho elip (E) : +

4 1

= 1. Tìm

t9a đ9 các đi�m A và B thu9c (E), có hoành đ9 dương sao cho tam giác OAB cân

t<i O và có di�n tích lon nh�t.

**Bài 3.40** (A-08)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, hãy vi�t

√5

phương trình chính tac cua elip (E) bi�t rang (E) có tâm sai bang

3

nh�t cơ sd cua (E) có chu vi bang 20.

và hình chit

**Bài 3.41** (B-10)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho đi�m

2

2

A(2; √3) và elip (E): *x* + *y*

= 1. G9i *F*

và *F*

là các tiêu đi�m cua (E) (*F* có

3 2 1 2 1

hoành đ9 âm), M là giao đi�m có tung đ9 dương cua đưdng thiing *AF*1 voi (E), N

là đi�m đ6i xrlng cua *F*2 qua M. Vi�t phương trình đưdng tròn ngo<i ti�p tam giác

*ANF*2 .

**Bài 3.42** (D-08)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho parabol (P): *y*2 = 16*x* và đi�m A(1;4). Hai đi�m phân bi�t B,C (B và C khác

A) di đ9ng trên (P) sao cho góc *B*---*AC* = 90*o*. Chrlng minh rang đưdng thiing BC luôn đi qua m9t đi�m c6 đjnh.

**Bài 3.43** (D-02)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho elip

2

2

(E) có phương trình *x* + *y*

= 1. Xét đi�m M chuy�n đ9ng trên tia Ox và đi�m N

16 9

chuy�n đ9ng trên tia Oy sao cho đưdng thiing MN luôn ti�p xúc voi (E). Xác đjnh

t9a đ9 cua M, N đ� đo<n MN có đ9 dài nho nh�t. Tính giá trj nho nh�t đó.

**Bài 3.44** (D-05)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, cho đi�m

2

2

C(2;0) và elíp (E): *x* + *y*

= 1. Tìm t9a đ9 các đi�m A, B thu9c (E), bi�t rang

4 1

A, B đ6i xrlng voi nhau qua tr,ic hoành và tam giác ABC là tam giác đ�u.

## Đáp sfi

**3.1** *A*(−3; 1); *D*(−1; 3)*.B*(1; −3)*.C*(3; −**3**1**.**)**17** *A*(−2; 0)*, B*(2; 2)*, C*(3; 0)*, D*(−1; −2)

**3.2** *A*(1; −1); *A*(4; 5)*.*

**3.3** *A*(4; 3); *C*(3; −1)

**3.4** *N* (0; −4)*, M* (0; −2)

*N* (6; 2); *M* ( 6 ; 2 )

**3.18** (√5 − 1)*x* ± 2;√5 − 2*y* = 0

**3.19** 3*x* − 4*y* + 5 = 0

**3.20** *m* = ±3√6

5 5

**3.21** (*x* + 3)2 + (*y* + 3)2 = 10

**3.5** *B*(0; −4)*, C*(−4; 0)

ho�c *B*(−6; 2)*, C*(2; −6)

**3.6** *y* − 5 = 0; *x* − 4*y* + 19 = 0

**3.7** *M* (−22; −11)*, M* (2; 1)

**3.8** *A*(1; 1)*, B*(0; 0)*, C*(1; −1)*, D*(2; 0)

**3.22** (*C*) : *x*2 + *y*2 − 6*x* − 6*y* + 10 = 0

**3.23** ∆ : *y* = 1; *y* = −3

**3.24** *A*(3; 13 )

3

**3.25** *M* (2; −4) và *M* (−3; 1)

*A*(1; 1)*, B*(2; 0)*, C*(1; −1)*, D*(0; 0)

**3.9** *H*(√3; −1)*, I*(−√3; 1)

2√3

3

15

**3.26** (*x* + 1 )2

+ (*y* + 2 )2 = 1

√ √

**3.27** *m* = 0 ∨ *m* = 8

**3.10** *G*1( 7+4 3 ; 6+2 3

3 3 )

√

√

**3.28** *x*2 + *y*2 − *x* + *y* − 2 = 0

*G*2( −4

3−1

−6−2 3

3 ; 3 )

**3.11** 3*x* − 4*y* + 16 = 0

**3.12** *B*( 11 ; 3 ); *C*( 3 ; − 5 )

**3.29** *K*( 8 ; 4 ); *R* = 2 2

√

5 5 5

**3.30** 2*x* + *y* − 3 = 0

2 2 2 2

*B*( 3 ; − 5 ); *C*( 11 ; 3 )

**3.31** (*x* − 2)2 + (*y* − 1)2 = 1

2 2 2 2

(*x* −

2)2

+ (*y* − 7)2

= 49

**3.13** *C*(− 10 ; 3 )

3 4

√

**3.32** *C*(−2 + 65; 3)

**3.14** *B*(−1; 3)*, C*(3; 5)

*B*(3; −1)*, C*(5; 3)

**3.33** *M* ( 3

√ 3

**3.15** *C* = (7; 3); (− 43 ; − 27 )

2 ; ± 2 )

**3.34** *m* = 19 ∨ *m* = −41

11 11

**3.16** *B, C* = (4; 0); (−2; −2)

**3.35** *M* = (1; 4); (−2; 1)

**3.36** (*x* − 3)2 + *y*2 = 4

√

**3.41** (*x* − 1)2 + (*y* − 2 3 )2 = 4

3 3

*A*(1; 0)*, B*(3; 2)

**3.37** *x*2 + *y*2 = 1

**3.42** *I*(17; −4)

20 5

**3.38** *x*2 + *y*2 = 1

√ √

16 16

3

**3.43** *M* (2

7; 0); *N* (0;

21)

**3.39** *A, B* = (√2; √2 ); (√2; √2

2

)

− 2

*gtnn*(*MN* ) = 7

**3.40** *x*2 + *y*2 = 1

√

**3.44** *A, B* = ( 2 ; 4 3 ); ( 2 ;

4√3 )

9 4 7 7

7 − 7

[**www.MATHVN.com**](http://www.MATHVN.com/)

**Chương 4**

**T6 h(Jp và sfi phtic**

* 1. **Bài toán đ�m 30**
  2. **Công thtic t6 h(Jp 31**
  3. **Đing thtic t6 h(Jp khi khai triin 31**
  4. **H� sfi trong khai triin nhj thtic 32**
  5. **Sfi phtic 33**

**Đáp sfi 34**

## Bài toán đ�m

**Bài 4.1** (B-12)**.** Trong m9t lop h9c g6m có 15 h9c sinh nam và 10 h9c sinh nit. Giáo viên g9i ng�u nhiên 4 h9c sinh lên bang giai bài t�p. Tính xác su�t đ� 4 h9c sinh đư9c g9i có ca nam và nit.

**Bài 4.2** (B-05)**.** M9t đ9i thanh niên tình nguy�n có 15 ngưdi, g6m 12 nam và 3 nit. Hoi có bao nhiêu cách phân công đ9i thanh niên tình nguy�n đó v� giúp đa 3 tinh mi�m núi, sao cho m6i tinh có 4 nam và 1 nit?

**Bài 4.3** (B-04)**.** Trong m9t môn h9c, thdy giáo có 30 câu hoi khác nhau g6m 5 câu hoi khó, 10 câu hoi trung bình, 15 câu hoi d�. Tu 30 câu hoi đó có th� l�p đư9c

bao nhiêu đ� ki�m tra, m6i đ� g6m 5 câu hoi khác nhau, sao cho trong m6i đ� nh�t thi�t phai đu 3 lo<i câu hoi (khó, trung bình, d�) và s6 câu hoi d� không ít hơn 2?

**Bài 4.4** (B-02)**.** Cho đa giác đ�u *A*1*A*2 · · · *A*2*n* (*n* ≥ 2, *n* nguyên) n9i ti�p đưdng tròn (*O*). Bi�t rang s6 tam giác có các đinh là 3 trong 2*n* đi�m *A*1*, A*2*,* · · · *, A*2*n* nhi�u g�p 20 ldn s6 hình chit nh�t có các đinh là 4 trong 2*n* đi�m *A*1*, A*2*,* · · · *, A*2*n*, tìm *n*.

**Bài 4.5** (D-06)**.** Đ9i thanh nhiên xung kích cua m9t trưdng ph6 thông có 12 h9c sinh, g6m 5 h9c sinh lop A, 4 h9c sinh lop B và 3 h9c sinh lop C. Cdn ch9n 4 h9c sinh đi làm nhi�m v,i, sao cho 4 h9c sinh này thu9c không quá 2 trong 3 lop trên. Hoi có bao nhiêu cách ch9n như v�y?

## Công thtic t6 h(Jp

**Bài 4.6** (B-08)**.** Cho *n, k* nguyên dương, *k* ≤ *n*. Chrlng minh rang

*n* + 1 ( 1

+

1 \ 1

*n* + 2

*k n*+1

*C*

*k*+1 = *.*

*n*+1 *n*

*C*

*C*

*k*

**Bài 4.7** (B-06)**.** Cho t�p h9p A g6m *n* phdn tu (*n* ≥ 4). Bi�t rang, s6 t�p con g6m 4 phdn tu cua A bang 20 ldn s6 t�p con g6m 2 phdn tu cua A. Tìm *k* ∈ {1*,* 2*,* · · · *, n*} sao cho t�p con g6m *k* phdn tu cua A là lon nh�t.

*A*4 3

**Bài 4.8** (D-05)**.** Tính giá trj cua bi�u thrlc *M* =

*n*+1 + 3*An* (*n* + 1)!

Bi�t rang *C*2

*n*+1

2

*n*+2

+ 2*C*

2

*n*+3

+ 2*C*

2

*n*+4

+ *C*

= 149 (*n* là s6 nguyên dương).

## Đing thtic t6 h(Jp khi khai triin

**Bài 4.9** (A-07)**.** Chrlng minh rang :

1 *C*1

1 3 1 5

1 2*n*−1

22*n* − 1

2 2*n* + 4 *C*2*n* + 6 *C*2*n* + · · · + 2*n C*2*n* =

2*n* + 1

(*n* là s6 nguyên dương).

**Bài 4.10** (A-05)**.** Tìm s6 nguyên dương *n* sao cho

*C*1 2 2 3 3 4

2*n* 2*n*+1

2*n*+1 − 2*.*2*C*2*n*+1 + 3*.*2 *C*2*n*+1 − 4*.*2 *C*2*n*+1 + · · · + (2*n* + 1)*.*2

**Bài 4.11** (B-03)**.** Cho *n* nguyên dương. Tính t6ng

*C*2*n*+1 = 2005*.*

22 1

−

*C*0 1

23 − 1 2

2*n*+1 − 1 *n*

*n* + *Cn* + 2

3

*Cn* + · · · +

*Cn .*

*n* + 1

**Bài 4.12** (D-08)**.** Tìm s6 nguyên dương *n* thoa mãn h� thrlc

*C*1 3

2*n*−1

2*n* + *C*2*n* + · · · + *C*2*n* = 2048*.*

## H� sfi trong khai triin nhj thtic

**Bài 4.13** (A-12)**.** Cho n là s6 nguyên dương thoa mãn 5*Cn*−1 = *C*3. Tìm s6 h<ng

chrla *x*5 trong khai tri�n nhj thrlc Niu-tơn

( *nx*2

14

1 \*n*

− *x*

*n n*

, *x* /= 0.

**Bài 4.14** (A-08)**.** Cho khai tri�n (1 + 2*x*)*n* = *a*0 + *a*1*x* + · · · + *anxn*, trong đó

*a*1 *an*

*n* ∈ N∗ và các h� s6 *a*0*, a*1*,* · · · *, an* thoa mãn h� thrlc *a*0 +

· · ·

Tìm h� s6 lon nh�t trong các s6 *a*0*, a*1*,* · · · *, an*.

+ + = 4096.

2 2*n*

**Bài 4.15** (A-06)**.** Tìm h� s6 cua s6 h<ng chrla *x*26 trong khai tri�n nhj thrlc Niuton

( 1

cua

*x*4

\*n*

+ *x*7

, bi�t rang

*C*1 2

*n* 20

2*n*+1 + *C*2*n*+1 + · · · + *C*2*n*+1 = 2 − 1

(*n* là s6 nguyên dương).

**Bài 4.16** (A-04)**.** Tìm h� s6 cua *x*8 trong khai tri�n thành đa thrlc cua [1 + *x*2(1 −

*x*)]8.

**Bài 4.17** (A-03)**.** Tìm h� s6 cua s6 h<ng chrla *x*8 trong khai tri�n nhj thrlc Niuton

*n*

( 1

cua

*x*3

+ √*x*5\

, bi�t rang

*Cn*+1 *n*

*n*+4 − *Cn*+3 = 7(*n* + 3)

(*n* là s6 nguyên dương, *x >* 0).

**Bài 4.18** (A-02)**.** Cho khai tri�n nhj thrlc:

2 *x−*1

*x n*

*−* = *C*0

*x−*1

*n*

+*C*1

*x−*1

*n*−1 *−x*

*x−*1

*x n*−1 *−x*

2

*−*

*n*

*n*

*n*

2 + 2 3

*n* 2 *n* 2

2

2

2 3 +· · ·+*Cn*−1 2 2 3

+*Cn*

2 3 *.*

(*n* nguyên dương). Bi�t rang trong khai tri�n đó *C*3

*n*

= 5*C*1

và s6 h<ng thrl tư

bang 20*n*, tìm *n* và *x*.

*n*

**Bài 4.19** (B-07)**.** Tìm h� s6 cua s6 h<ng chrla *x*10 trong khai tri�n nhj thrlc Niuton cua (2 + *x*)*n*, bi�t:

3*nC*0

*n* − 3

*n*−1

*C*1 + 3

*n*−2

*C*2 − 3

*n*−3

*C*3 + · · · + (−1)*n*

*Cn* = 2048

(*n* là s6 nguyên dương).

*n*

*n*

*n*

*n*

**Bài 4.20** (D-07)**.** Tìm h� s6 cua *x*5 trong khai tri�n thành đa thrlc cua:

*x*(1 − 2*x*)5 + *x*2(1 + 3*x*)10*.*

**Bài 4.21** (D-04)**.** Tìm s6 h<ng không chrla x trong khai tri�n nhj thrlc Niuton cua

( \7

√3 *x* + 1

√4

*x*

voi *x >* 0.

3*n*−3

**Bài 4.22** (D-03)**.** Voi *n* là s6 nguyên dương, g9i *a*3*n*−3 là h� s6 cua *x*

trong

khai tri�n thành đa thrlc cua (*x*2 + 1)*n*(*x* + 2)*n*. Tìm *n* đ� *a*3*n*

−3 = 26*n*.

## Sfi phtic

**Bài 4.23** (D-12)**.** Giai phương trình *z*2 + 3(1 + *i*)*z* + 5*i* = 0 trên t�p h9p các s6 phrlc.

**Bài 4.24** (D-12)**.** Cho s6 phrlc z thoa mãn (2 + *i*)*z* +

môđun cua s6 phrlc w = z + 1 + i.

2(1 + 2*i*)

1 + *i*

= 7 + 8*i*. Tìm

**Bài 4.25** (B-12)**.** G9i *z*1 và *z*2 là hai nghi�m phrlc cua phương trình *z*2 − 2√3*iz* −

4 = 0. Vi�t d<ng lư9ng giác cua *z*1 và *z*2

5(*z* + *i*)

**Bài 4.26** (A-12)**.** Cho s6 phrlc z thoa

*w* = 1 + *z* + *z*2.

*z* + 1

= 2 − *i*. Tính môđun cua s6 phrlc

**Bài 4.27** (D-11)**.** Tìm s6 phrlc z, bi�t :*z* − (2 + 3*i*)*z* = 1 − 9*i.*

**Bài 4.28** (B-11)**.**

√

5 + *i* 3

* + 1. Tìm s6 phrlc z, bi�t: *z* −

*z* − 1 = 0*.*

√ 3

* + 1. Tìm phdn thl,tc và phdn ao cua s6 phrlc *z* =

1 + *i* 3

*.*

1 + *i*

**Bài 4.29** (A-11)**.**

1. Tìm t�t ca các s6 phrlc z, bi�t *z*2 = |*z*|2 + *z*.
2. Tính môđun cua s6 phrlc z, bi�t:

(2*z* − 1)(1 + *i*) + (*z* + 1)(1 − *i*) = 2 − 2*i.*

**Bài 4.30** (A-10)**.**

1. Tìm phdn ao cua s6 phrlc *z*, bi�t −*z* = (√2 + *i*)2(1 − √2*i*).

√

1. Cho s6 phrlc *z* thoa mãn −*z* = (1 − 3*i*)

3

1 − *i*

. Tìm môđun cua s6 phrlc −*z* + *iz*.

**Bài 4.31** (A-09)**.** G9i *z*1 và *z*2 là hai nghi�m phrlc cua phương trình *z*2 + 2*z* + 10 =

0. Tính giá trj cua bi�u thrlc *A* = |*z*1|2 + |*z*2|2.

**Bài 4.32** (B-10)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, tìm t�p h9p đi�m bi�u di�n các s6 phrlc *z* thoa mãn:

|*z* − *i*| = |(1 + *i*)*z*|*.*

**Bài 4.33** (B-09)**.** Tìm s6 phrlc *z* thoa mãn: |*z* − (2 + *i*)| = √10 và *z*−*z* = 25.

**Bài 4.34** (D-09)**.** Trong m�t phiing voi h� t9a đ9 Đêcac vuông góc Oxy, tìm t�p h9p đi�m bi�u di�n các s6 phưc *z* thoa mãn đi�u ki�n |*z* − (3 − 4*i*)| = 2.

**Bài 4.35** (D-10)**.** Tìm s6 phrlc *z* thoa mãn: |*z*| = √2 và *z*2 là s6 thudn ao.

## Đáp sfi

**4.1** *P* =

443

506

**4.21** *C*4 = 35

**4.2** *C*1*.C*4 *.C*2*.C*4*.C*1*.C*4 = 207900

7

**4.22** *n* = 5

3 12 1 8 1 4

**4.3** *C*2 *.C*2 *.C*1 + *C*2 *.C*1 *.C*2 +

**4.23** *z* = −1˘2*i*; *z* = −2˘*i*

15

*C*3 1

10 5

1

15 10 5

15*.C*10*.C*5 = 56875

**4.4** *n* = 8

**4.24** |*w*| = 5

**4.25** *z*1 = 2(cos 2*π* + *i* sin 2*π* )

**4.5** *C*4

− (*C*2*.C*1*.C*1 + *C*1*.C*2*.C*1 +

3 3

*z* = 2(cos *π* + *i* sin *π* )

12

*C*1 1 2

5 4 3

5 4 3 2 3 3

5 *.C*4

*.C*3

) = 225

**4.26** ⇒ |*w*| = √4 + 9 = √13

**4.7** *k* = 9

**4.8** *M* = 3

4

**4.10** *n* = 1002

3*n*+1 − 2*n*+1

**4.27** *z* = 2 − *i*

### 4.28

1. *z* = −1 −

√ √

3*i*; *z* = 2 − 3*i*

### 4.11

*n* + 1

**4.12** *n* = 6

2. *z* = 2 + 2*i*

**4.29** *z* = 0*, z* = − 1 ± 1 *i*

|*z*| =

**4.13** −35 *.x*5

16

**4.14** *a*8 = 28*C*8

= 126720

√ 2 2

2

3

**4.30** Phdn ao *z* là: √

**4.15** *C*6

10

−

12

= 210

|*z* + *iz*| = 8

√ − 2

2

**4.16** *C*3*.C*2 + *C*4*.C*0 = 238

**4.31** *A* = 20

8

**4.17** *C*4

12

3 8 4

= 495

**4.32** *x*2 + (*y* + 1)2 = 2

**4.18** *n* = 7*, x* = 4

**4.19** *C*10*.*21 = 22

11

**4.20** (−2)4*C*4 + 33*.C*3

= 3320

**4.33** *z* = 3 + 4*i* ho�c *z* = 5

**4.34** (*x* − 3)2 + (*y* + 4)2 = 4

5 10

**4.35** 1 + *i*; 1 − *i*; −1 + *i*; −1 − *i*

[**www.MATHVN.com**](http://www.MATHVN.com/)

**Chương 5**

**Khao sát hàm sfi**

* 1. **Ti�p tuy�n 36**
  2. **C(!c trj 38**
  3. **Tương giao đ6 thj 40**
  4. **Bài toán khác 41**

**Đáp sfi 42**

## Ti�p tuy�n

**Bài 5.1** (A-11)**.** Cho hàm s6 *y* = −*x* + 1

2*x* − 1

* + 1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj (C) cua hàm s6 đã cho.
    2. Chrlng minh rang voi m9i m đưdng thiing *y* = *x* + *m* luôn cat đ6 thj (C) t<i hai đi�m phân bi�t A và B. G9i *k*1*, k*2 ldn lư9t là h� s6 góc cua các ti�p tuy�n voi (C) t<i A và B. Tìm *m* đ� t6ng *k*1 + *k*2 đ<t giá trj lon nh�t.

(2*m* − 1)*x* − *m*2

**Bài 5.2** (D-02)**.** Cho hàm s6 : *y* =

*x* − 1

(1) (m là tham s6).

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj (C) cua hàm s6 (1) rlng voi m= −1.
2. Tính di�n tích hình phiing gioi h<n bdi đưdng cong (C) và hai tr,ic t9a đ9.
3. Tìm m đ� đ6 thj hàm s6 (1) ti�p xúc voi đưdng thiing *y* = *x*.

**Bài 5.3** (D-05)**.** G9i (*Cm*) là đ6 thj hàm s6 *y* =

tham s6).

1 *x*3 3

*mx*2

2

−

1

+ (\*) (m là

3

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj cua hàm s6 (\*) rlng voi *m* = 2.
2. G9i M là đi�m thu9c (*Cm*) có hoành đ9 bang −1 . Tìm m đ� ti�p tuy�n cua (*Cm*) t<i đi�m M song song voi đưdng thiing 5*x* − *y* = 0.

2*x*

**Bài 5.4** (D-07)**.** Cho hàm s6 *y* =

.

*x* + 1

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj (C) cua hàm s6 đã cho.
2. Tìm t9a đ9 đi�m M thu9c (C), bi�t ti�p tuy�n cua (C) t<i M cat hai tr,ic Ox, Oy t<i

A, B và tam giác OAB có di�n tích bang 1 .

4

**Bài 5.5** (D-10)**.** Cho hàm s6 *y* = −*x*4 − *x*2 + 6.

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj (C) cua hàm s6 đã cho.
2. Vi�t phương trình ti�p tuy�n cua đ6 thj (C), bi�t ti�p tuy�n vuông góc voi đưdng thiing *y* = 1 *x* 1.

−

6

**Bài 5.6** (B-04)**.** Cho hàm s6 *y* =

1. Khao sát hàm s6 (1).

1

*x*3 2*x*2 + 3*x* (1) có đ6 thj (C).

−

3

1. Vi�t phương trình ti�p tuy�n ∆ cua (C) t<i đi�m u6n và chrlng minh rang ∆ là ti�p tuy�n cua (C) có h� s6 góc nho nh�t.

*x*2 + *x* − 1

**Bài 5.7** (B-06)**.** Cho hàm s6 *y* =

*x* + 2

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj (C) cua hàm s6 đã cho
2. Vi�t phương trình ti�p tuy�n cua đ6 thj (C), bi�t ti�p tuy�n đó vuông góc voi ti�m c�n xiên cua (C).

**Bài 5.8** (B-08)**.** Cho hàm s6 *y* = 4*x*3 − 6*x*2 + 1 (1).

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj cua hàm s6 (1).
2. Vi�t phương trình ti�p tuy�n cua đ6 thj hàm s6 (1), bi�t rang ti�p tuy�n đó đi qua đi�m M(−1; −9).

**Bài 5.9** (A-09)**.** Cho hàm s6 *y* =

*x* + 2

2*x* + 3

(1).

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj cua hàm s6 (1).
2. Vi�t phương trình ti�p tuy�n cua đ6 thj hàm s6 (1), bi�t ti�p tuy�n đó cat tr,ic hoành, tr,ic tung ldn lư9t t<i hai đi�m phân bi�t A, B và tam giác OAB cân t<i g6c t9a đ9 O.

## C(!c trj

**Bài 5.10** (D-12)**.** Cho hàm s6 y = 2 *x*3˘*mx*2˘2(3*m*2˘1)*x* + 2

(1), m là tham s6

3 3

thl,tc.

* + 1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj cua hàm s6 (1) khi m = 1.
    2. Tìm m đ� hàm s6 (1) có hai đi�m cl,tc trj *x*1 và*x*2 sao cho *x*1*.x*2+2(*x*1+*x*2) = 1

**Bài 5.11** (B-12)**.** Cho hàm s6 *y* = *x*3 − 3*mx*2 + 3*m*2*,* (1), *m* là tham s6 thl,tc.

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj cua hàm s6 (1) khi m = 1.
2. Tìm m đ� đ6 thj hàm s6 (1) có hai đi�m cl,tc trj A và B sao cho tam giác OAB có di�n tích bang 48.

**Bài 5.12** (A-12)**.** Cho hàm s6 *y* = *x*4 − 2(*m* + 1)*x*2 + *m*2*,* (1) ,voi *m* là tham s6.

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj hàm s6 (1) khi *m* = 0.
2. Tìm *m* đ� đ6 thj hàm s6 (1) có ba đi�m cl,tc trj t<o thành ba đinh cua m9t tam giác vuông.

**Bài 5.13** (B-11)**.** Cho hàm s6 *y* = *x*4 − 2(*m* + 1)*x*2 + *m,* (1), m là tham s6.

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj hàm s6 (1) khi m = 1.
2. Tìm m đ� đ6 thj hàm s6 (1) có ba đi�m cl,tc trj A, B, C sao cho OA = BC, O là g6c t9a đ9, A là cl,tc trj thu9c tr,ic tung, B và C là hai đi�m cl,tc trj còn l<i.

**Bài 5.14** (B-02)**.** Cho hàm s6 : *y* = *mx*4 + (*m*2 − 9)*x*2 + 10 (1) (m là tham s6).

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj cua hàm s6 (1) rlng voi m= 1.
2. Tìm m đ� hàm s6 (1) có ba đi�m cl,tc trj.

**Bài 5.15** (B-05)**.** G9i (*Cm*) là đ6 thj cua hàm s6 *y* =

(m là tham s6).

1. Khao sát và ve đ6 thj hàm s6 (\*) khi m= 1.

*x*2 + (*m* + 1)*x* + *m* + 1

(\*)

*x* + 1

1. Chrlng minh rang voi m b�t kỳ, đ6 thj (*Cm*) luôn luôn có đi�m cl,tc đ<i, đi�m cl,tc ti�u và khoang cách giita hai đi�m đó bang √20.

**Bài 5.16** (B-07)**.** Cho hàm s6: *y* = −*x*3 + 3*x*2 + 3(*m*2 − 1)*x* − 3*m*2 − 1 (1), m là tham s6.

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj hàm s6 (1) khi m= 1.
2. Tìm m đ� hàm s6 (1) có cl,tc đ<i, cl,tc ti�u và các đi�m cl,tc trj cua đ6 thj hàm s6

(1) cách đ�u g6c t9a đ9 O.

**Bài 5.17** (A-02)**.** Cho hàm s6: *y* = −*x*3 + 3*mx*2 + 3(1 − *m*2)*x* + *m*3 − *m*2 (1) (*m* là tham s6).

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj cua hàn s6 (1) khi *m* = −1.
2. Tìm k đ� phương trình: −*x*3 + 3*x*2 + *k*3 − 3*k*2 = 0 có ba nghi�m phân bi�t.
3. Vi�t phương trình đưdng thiing đi qua hai đi�m cl,tc trj cua đ6 thj hàm s6 (1).

1

**Bài 5.18** (A-05)**.** G9i(*Cm*) là đ6 thj cua hàm s6 *y* = *mx* + *x* (\*) (*m* là tham

s6).

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj cua hàm s6 (\*) khi *m* = 1 .

4

1. Tìm *m* đ� hàm s6 (\*) có cl,tc trj và khoang cách tu đi�m cl,tc ti�u cua (*Cm*) đ�n ti�m c�n xiên cua (*C* ) bang 1 .

*m* √2

**Bài 5.19** (A-07)**.** Cho hàm s6 *y* =

s6.

*x*2 + 2(*m* + 1)*x* + *m*2 + 4*m x* + 2

(1), *m* là tham

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj cua hàm s6 (1) khi *m* = −1.
2. Tìm *m* đ� hàm s6 (1) có cl,tc đ<i và cl,tc ti�u, đ6ng thdi các đi�m cl,tc trj cua đ6

thj cùng voi g6c t9a đ9 O t<o thành m9t tam giác vuông t<i O.

## Tương giao đ6 thj

**Bài 5.20** (D-11)**.** Cho hàm s6 *y* =

2*x* + 1

*x* + 1

* + 1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj (C) cua hàm s6 đã cho
    2. Tìm k đ� đưdng thiing *y* = *kx* + 2*k* + 1 cat đ6 thj (C) t<i hai đi�m phân bi�t A, B sao cho khoang cách tu A và B đ�n tr,ic hoành bang nhau.

**Bài 5.21** (D-03)**.**

2

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj cua hàm s6 *y* = *x* − 2*x* + 4

*x* − 2

(1).

1. Tìm *m* đ� đưdng thiing *dm*: *y* = *mx* + 2 − 2*m* cat đ6 thj hàm s6 (1) t<i hai

đi�m phân bi�t.

**Bài 5.22** (D-06)**.** Cho hàm s6 : *y* = *x*3 − 3*x* + 2.

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj (C) cua hàm s6 đã cho.
2. G9i d là đưdng thiing đi qua đi�m *A*(3; 20) và có h� s6 góc là m. Tìm m đ� đưdng thiing d cat đ6 thj (C) t<i 3 đi�m phân bi�t.

**Bài 5.23** (D-08)**.** Cho hàm s6 : *y* = *x*3 − 3*x*2 + 4 (1).

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj cua hàm s6 (1).
2. Chrlng minh rang m9i đưdng thiing đi qua đi�m I(1; 2) voi h� s6 góc k (k*>* −3) đ�u cat đ6 thj cua hàm s6 (1) t<i ba đi�m phân bi�t I, A, B đ6ng thdi I là trung đi�m cua đo<n thiing AB.

**Bài 5.24** (D-09)**.**

* 1. Cho hàm s6 *y* = *x*4 − (3*m* + 2)*x*2 + 3*m* có đ6 thj là (*Cm*), m là tham s6.
     1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj cua hàm s6 đã cho khi m= 0.
     2. Tìm m đ� đưdng thiing *y* = −1 cat đ6 thj (*Cm*) t<i 4 đi�m phân bi�t đ�u có hoành đ9 nho hơn 2.
  2. Tìm các giá trj cua tham s6 *m* đ� đưdng thiing *y* = −2*x* + *m* cat đ6 thj hàm s6

*x*2 + *x* − 1

*y* = t<i hai đi�m phân bi�t A, B sao cho trung đi�m cua đo<n thiing

*x*

AB thu9c tr,ic tung.

**Bài 5.25** (B-09)**.**

1. Cho hàm s6 *y* = 2*x*4 − 4*x*2 (1).
   1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj cua hàm s6 (1).
   2. Voi giá trj nào cua m, phương trình *x*2|*x*2 − 2| = *m* có đúng 6 nghi�m thl,tc phân bi�t?
2. Tìm các giá trj cua tham s6 *m* đ� đưdng thiing *y* = −*x* + *m* cat đ6 thj hàm s6

*x*2 − 1

*y* = t<i hai đi�m phân bi�t A, B sao cho AB= 4.

*x*

2*x* + 1

**Bài 5.26** (B-10)**.** Cho hàm s6 *y* =

.

*x* + 1

* 1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj (C) cua hàm s6 đã cho.
  2. Tìm m đ� đưdng thiing *y* = −2*x* + *m* cat đ6 thj (C) t<i hai đi�m phân bi�t A, B sao cho tam giác OAB có di�n tích bang √3 (O là g6c t9a đ9).

*mx*2 + *x* + *m*

**Bài 5.27** (A-03)**.** Cho hàm s6 *y* =

*x* − 1

(1) (*m*là tham s6).

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj hàm s6 (1) khi *m* = −1.
2. Tìm *m* đ� đ6 thj hàm s6 (1) cat tr,ic hoành t<i hai đi�m phân bi�t và hai đi�m

đó có hoành đ9 dương.

**Bài 5.28** (A-04)**.** Cho hàm s6 *y* = −*x* + 3*x* − 3

2

2(*x* − 1)

(1).

1. Khao sát hàm s6 (1).
2. Tìm m đ� đưdng thiing *y* = *m* cat đ6 thj hàm s6 (1) t<i hai đi�m A, B sao cho AB= 1.

**Bài 5.29** (A-06)**.**

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj hàm s6 *y* = 2*x*3 − 9*x*2 + 12*x* − 4.
2. Tìm *m* đ� phương trình sau có 6 nghi�m phân bi�t: 2|*x*3| − 9*x*2 + 12|*x*| = *m*.

**Bài 5.30** (A-10)**.** Cho hàm s6 *y* = *x*3 − 2*x*2 + (1 − *m*)*x* + *m* (1), *m* là tham s6 thl,tc.

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj cua hàm s6 (1) khi *m* = 1.
2. Tìm *m* đ� đ6 thj cua hàm s6 (1) cat tr,ic hoành t<i 3 đi�m phân bi�t có hoành đ9 *x*1*, x*2*, x*3 thoa mãn đi�u ki�n *x*2 + *x*2 + *x*2 *<* 4.

1 2 3

## Bài toán khác

**Bài 5.31** (D-04)**.** Cho hàm s6 : *y* = *x*3 − 3*mx*2 + 9*x* + 1 (1) (m là tham s6).

1. Khao sát hàm s6 (1) rlng voi *m* = 2.
2. Tìm m đ� đi�m u6n cua đ6 thj hàm s6 (1) thu9c đưdng thiing *y* = *x* + 1.

**Bài 5.32** (B-03)**.** Cho hàm s6 : *y* = *x*3 − 3*x*2 + *m* (1) (m là tham s6).

1. Tìm m đ� đ6 thj hàm s6 (1) có hai đi�m phân bi�t đ6i xrlng voi nhau qua g6c

t9a đ9.

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj cua hàm s6 (1) rlng voi m= 2.

*mx*2 + (3*m*2 − 2)*x* − 2

**Bài 5.33** (A-08)**.** Cho hàm s6 *y* =

s6 thl,tc.

*x* + 3*m*

(1), voi *m* là tham

1. Khao sát sl,t bi�n thiên và ve đ6 thj cua hàm s6 (1) khi *m* = 1.
2. Tìm các giá trj cua tham s6 *m* đ� góc giita hai đưdng ti�m c�n cua đ6 thj hàm s6 (1) bang 45*o*.

## Đáp sfi

**5.1** *m* = −1

**5.2** −1 + 4 ln 4 ; *m* /= 1

3

**5.3** *m* = 4

**5.4** *M* (− 1 ; −2); *M* (1; 1)

2

**5.5** *y* = −6*x* + 10

**5.6** *y* = −*x* + 8

3

**5.7** *y* = −*x*+2√2−5; *y* = −*x*−2√2−

5

**5.8** *y* = 24*x* + 15; *y* = 15 *x* − 21

**5.12** *m* = 0

**5.13** *m* = 2 ± 2√2

**5.14** *m <* −3 *or* 0 *< m <* 3

**5.15** *M* (−2; *m* − 3); *N* (0; *m* + 1)

**5.16** *m* = ± 1

2

**5.17** −1 *< k <* 3*, k* /= 0*, k* /= 2

*y* = 2*x* − *m*2 + *m*

**5.18** *m* = 1

**5.19** *m* = 4 2√

− ± 6

4 4

**5.9** *y* = −*x* − 2

**5.10** *m* = 2

3

**5.11** *m* = ±2

**5.20** *k* = −3

**5.21** *m >* 1

**5.22** *m >* 15 *, m* /= 24

4

### 5.23

**5.24** *I*(− 1 *< m <* 1*, m* /= 0); *II*(*m* =

3

**5.29** 4 *< m <* 5

1)

### 5.30

− *< m <* 1*, m* /= 0

1

**5.25** *I*(0 *< m <* 1); *II*(*m* = ±2√6)

**5.26** *m* = ±2

**5.27** − 1 *< m <* 0

2

√

**5.28** *m* = 1± 5

2

4

**5.31** *m* = 0 *or m* = ±2

**5.32** *m >* 0

**5.33** *m* = ±1

[**www.MATHVN.com**](http://www.MATHVN.com/)

**Chương 6**

**Hình hQc giai tích trong không gian**

**6.1 Đưong thing và m�t phing 44**

**6.2 M�t c�u 50**

**6.3 Phương pháp tQa đQ trong không gian 51**

**Đáp sfi 54**

* 1. **Đưong thing và m�t phing**

**Bài 6.1** (D-12)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho đưdng thiing *d* :

*x* − 1

2

*y* + 1

=

−1

*z*

= và hai đi�m A (1; -1; 2), B (2; -1; 0). Xác đjnh t9a đ9

1

đi�m M thu9c d sao cho tam giác AMB vuông t<i M.

**Bài 6.2** (B-12)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho A(0;0;3), M(1;2;0). Vi�t phương trình m�t phiing (P) qua A và cat các tr,ic Ox, Oy ldn lư9t t<i B, C sao cho tam giác ABC có tr9ng tâm thu9c đưdng thiing AM.

**Bài 6.3** (A-12)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho đưdng thiing

d: *x* + 1 = *y*

2 1

*z* − 2

= 1 , m�t phiing (P) :*x* + *y* − 2*z* + 5 = 0 và đi�m A (1; -1;

1. Vi�t phương trình đưdng thiing *δ* cat d và (P) ldn lư9t t<i M và N sao cho A là

trung đi�m cua đo<n thiing MN.

**Bài 6.4** (D-11)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho đi�m *A*(1; 2; 3) và

−

đưdng thiing *d* : *x* + 1 = *y*

2 1

*z* 3

= . Vi�t phương trình đưdng thiing ∆ đi qua

−2

đi�m A, vuông góc voi đưdng thiing d và cat tr,ic Ox.

**Bài 6.5** (B-11)**.**

* 1. Trong không gian h� to< đ9 Oxyz, cho đưdng thiing

∆ : *x* − 2 = 1

*y* + 1

−2

*z*

= và m�t phiing (P): *x* + *y* + *z* − 3 = 0. G9i I

−1

là giao đi�m cua ∆ và (P). Tìm t9a đ9 đi�m M thu9c (P) sao cho MI vuông góc voi ∆ và MI =4√14.

* 1. Trong không gian voi h� to< đ9 Oxyz, cho đưdng thiing

*x* + 2

∆ :

1

= *y* − 1

3

*z* + 5

=

−2

và hai đi�m *A*(−2; 1; 1); *B*(−3; −1; 2). Tìm

t9a đ9 đi�m M thu9c đưdng thiing ∆ sao cho tam giác MAB có di�n tích bang 3√5.

**Bài 6.6** (A-11)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho hai đi�m *A*(2; 0; 1)*, B*(0; −2; 3) và m�t phiing (*P* ) : 2*x* − *y* − *z* + 4 = 0. Tìm t9a đ9 đi�m *M* thu9c (*P* ) sao cho *MA* = *MB* = 3.

**Bài 6.7** (D-02)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho m�t phiing

(P) : 2*x* − *y* + 2 = 0 và đưdng thiing

( (2*m* + 1)*x* + (1 − *m*)*y* + *m* − 1 = 0

*dm* :

*mx* + (2*m* + 1)*z* + 4*m* + 2 = 0

(*m* là tham s6).

Xác đjnh *m* đ� đưdng thiing *dm* song song voi m�t phiing (P).

**Bài 6.8** (D-03)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho m�t phiing

( *x* + 3*ky* − *z* + 2 = 0

(P) : *x* − *y* − 2*z* + 5 = 0 và đưdng thiing *dk* :

s6).

(*k* là tham

*kx* − *y* + *z* + 1 = 0

Xác đjnh *k* đ� đưdng thiing *dk* vuông góc voi m�t phiing (P).

**Bài 6.9** (D-04)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz cho hình lăng tr,i đrlng ABC.A1B1C1. Bi�t A(a;0;0), B(−a;0;0), C(0;1;0), B1(−a;0;b), a*>* 0, b*>* 0.

1. Tính khoang cách giita hai đưdng thiing B1C và AC1 theo a, b.
2. Cho a, b thay đ6i, nhưng luôn thoa mãn a+b = 4. Tìm a, b đ� khoang cách giita hai đưdng thiing B1C và AC1 lon nh�t.

**Bài 6.10** (D-05)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz cho hai đưdng thiing

*d*1 :

*x* − 1 = 3

*y* + 2

=

−1

*z* + 1 2

và *d*2

( *x* + *y* − *z* − 2 = 0

: *x* + 3*y* − 12 = 0*.*

1. Chrlng minh rang *d*1 và *d*2 song song voi nhau. Vi�t phương trình m�t phiing
2. chrla ca hai đưdng thiing *d*1 và *d*2.
3. M�t phiing t9a đ9 Oxy cat ca hai đưdng thiing *d*1, *d*2 ldn lư9t t<i các đi�m A, B. Tính di�n tích tam giác OAB (O là g6c t9a đ9).

**Bài 6.11** (D-06)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho đi�m A(1;2;3) và hai đưdng thiing:

*d*1 :

*x* − 2 = 2

*y* + 2

=

−1

*z* − 3 *, d* : 1 2

*x* − 1 =

−1

*y* − 1 = 2

*z* + 1

*.*

1

1. Tìm t9a đ9 đi�m A’ đ6i xrlng voi đi�m A qua đưdng thiing *d*1.
2. Vi�t phương trình đưdng thiing ∆ đi qua A, vuông góc voi *d*1 và cat *d*2.

**Bài 6.12** (D-07)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho hai đi�m A(1;4;2),

B(−1;2;4) và đưdng thiing ∆ :

*x* − 1

−1

*y* + 2 *z*

= = *.*

1 2

1. Vi�t phương trình đưdng thiing d đi qua tr9ng tâm G cua tam giác OAB và

vuông góc m�t phiing (OAB).

1. Tìm t9a đ9 đi�m M thu9c đưdng thiing ∆ sao cho MA2+MB2 nho nh�t.

**Bài 6.13** (D-09)**.**

1. Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz,cho các đi�m A(2;1;0), B(1;2;2), C(1;1;0) và m�t phiing (P): *x* + *y* + *z* − 20 = 0. Xác đjnh t9a đ9 đi�m D thu9c đưdng thiing AB sao cho đưdng thiing CD song song voi m�t phiing (P).
2. Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho đưdng thiing ∆ : *x* + 2 = *y* − 2 =

*z* 1 1

và m�t phiing (P):*x* + 2*y* − 3*z* + 4 = 0. Vi�t phương trình đưdng thiing d nam

−1

trong (P) sao cho d cat và vuông góc voi đưdng thiing ∆.

**Bài 6.14** (D-10)**.**

1. Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho hai m�t phiing (P): *x* + *y* + *z* − 3 = 0

và (Q):*x* − *y* + *z* − 1 = 0. Vi�t phương trình m�t phiing (R) vuông góc voi (P) và

1. sao cho khoang cách tu O đ�n (R) bang 2.
2. Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho hai đưdng thiing ∆1 :

 *x* = 3 + *t y* = *t*



 *z* = *t*

*x* − 2

*y* − 1 *z*

và ∆2 :

= = . Xác đjnh t9a đ9 đi�m M thu9c ∆1 sao cho khoang

2 1 2

cách tu M đ�n ∆2 bang 1.

**Bài 6.15** (B-03)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho hai đi�m A(2;0;0), B(0;0;8) và đi�m C sao cho −A→C =(0;6;0). Tính khoang cách tu trung đi�m I cua

BC đ�n đưdng thiing OA.

**Bài 6.16** (B-04)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho đi�m A(−4;−2;4) và

 *x* = −3 + 2*t*

đưdng thiing d: *y* = 1 − *t*

 *z* = −1 + 4*t*

. Vi�t phương trình đưdng thiing ∆ đi qua đi�m

A, cat và vuông góc voi đưdng thiing d.

**Bài 6.17** (B-06)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho đi�m A(0;1;2) và hai đưdng thiing:

*x d*1 : 2 =

*y* − 1 = 1

*z* + 1

*, d*2 :

−1

 *x* = 1 + *t*

 *y* = −1 − 2*t*

 *z* = 2 + *t.*

1. Vi�t phương trình m�t phiing (P) qua A, đ6ng thdi song song voi *d*1 và *d*2.
2. Tìm t9a đ9 các đi�m M thu9c *d*1, N thu9c *d*2 sao cho ba đi�m A, M, N thiing hàng.

**Bài 6.18** (B-08)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho ba đi�m A(0;1;2), B(2;−2:1), C(−2;0;1).

1. Vi�t phương trình m�t phiing đi qua ba đi�m A, B, C.
2. Tìm t9a đ9 đi�m M thu9c m�t phiing 2*x*+2*y* +*z* −3 = 0 sao cho MA=MB=MC.

**Bài 6.19** (B-09)**.**

1. Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho trl di�n ABCD có các đinh A(1;2;1), B(−2;1;3), C(2;−1;1) và D(0;3;1). Vi�t phương trình m�t phiing (P) đi qua A, B sao cho khoang cách tu C đ�n (P) bang khoang cách tu D đ�n (P).
2. Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho m�t phiing (P): *x* − 2*y* + 2*z* − 5 = 0 và hai đi�m A(−3;0;1), B(1;−1;3). Trong các đưdng thiing đi qua A và song song voi (P), hãy vi�t phương trình đưdng thiing mà khoang cách tu B đ�n đưdng thiing

đó nho nh�t.

**Bài 6.20** (B-10)**.**

1. Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho các đi�m A(1;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c), trong đó b, c dương và m�t phiing (P):*y* − *z* + 1 = 0. Xác đjnh b và c, bi�t m�t phiing (ABC) vuông góc voi m�t phiing (P) và khoang cách tu đi�m O đ�n m�t phiing (ABC) bang 1 .

3

1. Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho đưdng thiing ∆ : *x*

2

*y* 1 *z*

= = .

−

1 2

Xác đjnh t9a đ9 đi�m M trên tr,ic hoành sao cho khoang cách tu M đ�n ∆ bang

OM.

**Bài 6.21** (A-02)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz cho hai đưdng thiing:

 *x* = 1 + *t*

∆1 :

( *x* − 2*y* + *z* − 4 = 0 và ∆ : 

*x* + 2*y* − 2*z* + 4 = 0 2

*y* = 2 + *t .*

 *z* = 1 + 2*t*

1. Vi�t phương trình m�t phiing (P) chrla đưdng thiing ∆1 và song song voi đưdng thiing ∆2.
2. Cho đi�m M(2;1;4). Tìm t9a đ9 đi�m H thu9c ∆2 sao cho đo<n MH có đ9 dài nho nh�t.

**Bài 6.22** (A-03)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho hình h9p chit nh�t ABCD.A’B’C’D’ có A trùng voi g6c cua h� tr,ic t9a đ9, B(a;0;0), D(0;a;0), A’(0;0;b) (a*>* 0,b*>* 0). G9i M là trung đi�m c<nh CC’.

1. Tính th� tích kh6i trl di�n BDA’M theo a và b.
2. Xác đjnh ty s6 *a* đ� hai m�t phiing (A’BD) và (MBD) vuông góc voi nhau.

*b*

**Bài 6.23** (A-04)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi, AC cat BD t<i g6c t9a đ9 O. Bi�t A(2;0;0), B(0;1;0),

√

S(0;0;2

1. G9i M là trung đi�m cua c<nh SC.
   1. Tính góc và khoang cách giita hai đưdng thiing SA, BM.
   2. Gia su m�t phiing (ABM) cat đưdng thiing SD t<i đi�m N. Tính th� tích kh6i chóp S.ABMN.

**Bài 6.24** (A-05)**.** Trong không gian voi h� tr,ic t9a đ9 Oxyz cho

đưdng thiing d: *x* − 1 = *y* + 3 = *z* − 3 và m�t phiing (P):2*x* + *y* 2*z* + 9 = 0.

−

−1 2 1

1. Tìm t9a đ9 đi�m I thu9c d sao cho khoang cách tu I đ�n m�t phiing (P) bang 2.
2. Tìm t9a đ9 giao đi�m A cua đưdng thiing d và m�t phiing (P). Vi�t phương trình tham s6 cua đưdng thiing ∆ nam trong m�t phiing (P), bi�t ∆ đi qua A và vuông góc voi d.

**Bài 6.25** (A-06)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho hình l�p phương ABCD.A’B’C’D’ voi A(0;0;0), B(1;0;0), D(0;1;0), A’(0;0;1). G9i M và N ldn lư9t

là trung đi�m cua AB và CD.

1. Tính khoang cách giita hai đưdng thiing A’C và MN.
2. Vi�t phương trình m�t phiing chrla A’C và t<o voi m�t phiing Oxy m9t góc *α*

1

bi�t cos *α* = √6 .

**Bài 6.26** (A-07)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho hai đưdng thiing

 *x* = −1 + 2*t*

*x d*1 : 2 =

*y* − 1 =

−1

*z* + 2

1



và *d*2 :

*y* = 1 + *t*

 *z* = 3*.*

1. Chrlng minh rang *d*1 và *d*2 chéo nhau.
2. Vi�t phương trình đưdng thiing d vuông góc voi m�t phiing (P): 7*x* + *y* − 4*z* = 0

và cat hai đưdng thiing *d*1, *d*2.

**Bài 6.27** (A-08)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho đi�m A(2;5;3) và đưdng thiing d: *x* − 1 = *y* = *z* − 2 .

2 1 2

1. Tìm t9a đ9 hình chi�u vuông góc cua đi�m A trên đưdng thiing d.
2. Vi�t phương trình m�t phiing (*α*) chrla d sao cho khoang cách tu A đ�n (*α*) lon nh�t.

**Bài 6.28** (A-09)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho m�t phiing (P):*x* − 2*y* + 2*z* − 1 = 0 và hai đưdng thiing ∆1 :

*x* + 1 *y*

= =

1 1

*z* + 9

*,*

6

∆2 :

*x* − 1 =

2

*y* − 3 =

1

*z* + 1

. Xác đjnh t9a đ9 đi�m M thu9c đưdng thiing ∆1

−2

sao cho khoang cách tu M đ�n đưdng thiing ∆2 và khoang cách tu M đ�n m�t

phiing (P) bang nhau.

**Bài 6.29** (A-10)**.** Trong không gian t9a đ9 Oxyz, cho đưdng thiing ∆ :

*x* − 1 = 2

*y z* + 2

=

1 −1

và m�t phiing (P):*x* − 2*y* + *z* = 0. G9i C là giao đi�m cua ∆ voi (P),

√

M là đi�m thu9c ∆. Tính khoang cách tu M đ�n (P), bi�t MC= 6.

## M�t c�u

**Bài 6.30** (D-12)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho m�t phiing (P): 2*x* + *y*˘2*z* + 10 = 0 và đi�m I (2; 1; 3). Vi�t phương trình m�t cdu tâm I cat (P) theo m9t đưdng tròn có bán kính bang 4.

**Bài 6.31** (B-12)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho đưdng thiing *d* :

*x* − 1 = *y* = *z*

và hai đi�m A(2;1;0), B(-2;3;2). Vi�t phương trình m�t cdu đi

2 1 −2

qua A,B và có tâm thu9c đưdng thiing d.

**Bài 6.32** (A-12)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho đưdng thiing d:

*x* + 1 *y*

=

1 2

= *z* − 2

1

và đi�m I (0; 0; 3). Vi�t phương trình m�t cdu (S) có tâm I

và cat d t<i hai đi�m A, B sao cho tam giác IAB vuông t<i I.

**Bài 6.33** (D-11)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho đưdng thiing ∆ :

*x* − 1 = *y* − 3 = *z* và m�t phiing (P): 2*x y* + 2*z* = 0*.* Vi�t phương trình m�t

−

2 4 1

cdu có tâm thu9c đưdng thiing ∆, bán kính bang 1 và ti�p xúc voi m�t phiing (P).

**Bài 6.34** (A-11)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho m�t cdu

(*S*) : *x*2 + *y*2 + *z*2 − 4*x* − 4*y* − 4*z* = 0 và đi�m *A*(4; 4; 0). Vi�t phương trình m�t phiing (OAB), bi�t đi�m B thu9c (S) và tam giác OAB đ�u.

**Bài 6.35** (D-04)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz cho ba đi�m A(2;0;1), B(1;0;0), C(1;1;1) và m�t phiing (P) : *x* + *y* + *z* − 2 = 0. Vi�t phương trình m�t cdu đi qua ba đi�m A, B, C, và có tâm thu9c m�t phiing (P).

**Bài 6.36** (D-08)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho b6n đi�m A(3;3;0), B(3;0;3), C(0;3;3), D(3;3;3).

1. Vi�t phương trình m�t cdu đi qua b6n đi�m A, B, C, D.
2. Tìm t9a đ9 tâm đưdng tròn ngo<i ti�p tam giác ABC.

**Bài 6.37** (B-05)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho hình lăng tr,i đrlng ABC.A1B1C1 voi A(0;−3;0), B(4;0;0), C(0;3;0), B1(4;0;4).

1. Tìm t9a đ9 các đinh A1, C1. Vi�t phương trình m�t cdu có tâm là A và ti�p xúc

voi m�t phiing (BCC1B1).

1. G9i M là trung đi�m cua A1B1. Vi�t phương trình m�t phiing (P) đi qua hai đi�m A, M và song song voi BC1. M�t phiing (P) cat đưdng thiing A1C1 t<i đi�m
2. Tính đ9 dài đo<n MN.

**Bài 6.38** (B-07)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho m�t cdu

(S): *x*2 + *y*2 + *z*2 − 2*x* + 4*y* + 2*z* − 3 = 0 và m�t phiing (P) : 2*x* − *y* + 2*z* − 14 = 0.

* 1. Vi�t phương trình m�t phiing (Q) chrla tr,ic Ox và cat (S) theo m9t đưdng tròn

có bán kính bang 3.

* 1. Tìm t9a đ9 đi�m M thu9c m�t cdu (S) sao cho khoang cách tu M đ�n m�t phiing

(P) lon nh�t.

**Bài 6.39** (A-09)**.** Trong không gian voi h� t9a đ9 Oxyz, cho m�t phiing

(P):2*x* − 2*y* − *z* − 4 = 0 và m�t cdu (S):*x*2 + *y*2 + *z*2 − 2*x* − 4*y* − 6*z* − 11 = 0. Chrlng minh rang m�t phiing (P) cat m�t cdu (S) theo m9t đưdng tròn. Xác t9a đ9 đjnh tâm và bán kính cua đưdng tròn đó.

**Bài 6.40** (A-10)**.** Trong không gian t9a đ9 Oxyz, cho đi�m A(0;0;−2) và đưdng thiing

*x* + 2

∆ :

2

= *y* − 2 = 3

*z* + 3

2

. Tính khoang cách tu A đ�n ∆. Vi�t phương trình

m�t cdu tâm A, cat ∆ t<i hai đi�m B và C sao cho BC=8.

## Phương pháp tQa đQ trong không gian

**Bài 6.41** (D-12)**.** Cho hình h9p đrlng ABCD.A’B’C’D’ có đáy là hình vuông, tam giác A’AC vuông cân, A’C = a. Tính th� tích kh6i trl di�n ABB’C’ và khoang cách tu đi�m A đ�n m�t phiing (BCD’) theo a.

**Bài 6.42** (B-12)**.** Cho hình chóp tam giác đ�u S.ABC voi SA = 2a, AB = a. G9i H là hình chi�u vuông góc cua A trên c<nh SC. Chrlng minh SC vuông góc voi m�t phiing (ABH). Tính th� tích cua kh6i chóp S.ABH theo a.

**Bài 6.43** (A-12)**.** Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đ�u c<nh a. Hình chi�u vuông góc cua S trên m�t phiing (ABC) là đi�m H thu9c c<nh AB sao cho HA

=2HB. Góc giita đưdng thiing SC và m�t phiing (ABC) bang 60*o*. Tính th� tích cua kh6i chóp S.ABC và tính khoang cách giita hai đưdng thiing SA và BC theo a.

**Bài 6.44** (D-11)**.** Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông t<i B, BA = 3a, BC = 4a; m�t phiing (SBC) vuông góc voi m�t phiing (ABC). Bi�t SB

=2*a*√3và *S*---*BC* = 30*o*. Tính th� tích kh6i chóp S.ABC và khoang cách tu đi�m B

đ�n m�t phiing (SAC) theo a.

**Bài 6.45** (B-11)**.** Cho lăng tr,i *ABCD.A*1*B*1*C*1*D*1 có đáy ABCD là hình chit nh�t. AB = a, AD = a√3. Hình chi�u vuông góc cua đi�m *A*1 trên m�t phiing (ABCD)

trùng voi giao đi�m AC và BD. Góc giita hai m�t phiing (ADD1A1) và (ABCD) bang 60*o*. Tính th� tích kh6i lăng tr,i đã cho và khoang cách tu đi�m *B*1 đ�n m�t phiing (*A*1*BD*) theo a.

**Bài 6.46** (A-11)**.** Cho hình chóp S. ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân t<i B, AB=BC=2a; hai m�t phiing (SAB) và (SAC) cùng vuông góc voi m�t phiing (ABC). G9i M là trung đi�m cua AB; m�t phiing qua SM và song song voi BC, cat AC t<i N. Bi�t góc giita hai m�t phiing (SBC) và (ABC) bang 60*o*. Tính th� tích kh6i chóp S. BCNM và khoang cách giita hai đưdng thiing AB và SN theo a.

**Bài 6.47** (D-03)**.** Cho hai m�t phiing (P) và (Q) vuông góc voi nhau, có giao tuy�n là đưdng thiing ∆. Trên ∆ l�y hai đi�n A, B voi AB=a. Trong m�t phiing (P) l�y đi�n C, trong m�t phiing (Q) l�y đi�m D sao cho AC, BD cùng vuông góc voi ∆ và AC=BD=AB. Tính bán kính m�t cdu ngo<i ti�p trl di�n ABCD và tính khoang cách tu A đ�n m�t phiing (BCD) theo a.

**Bài 6.48** (D-06)**.** Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy ABC là tam giác đ�u c<nh a, SA=2a và SA vuông góc voi m�t phiing (ABC). G9i M, N ldn lư9t là hình chi�u vuông góc cua A trên các đưdng thiing SB và SC. Tính th� tích kh6i chóp A.BCMN.

**Bài 6.49** (D-07)**.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang, *A*---*BC* = *B*---*AD* =

√

90*o*, BA=BC=a, AD=2a. C<nh bên SA vuông góc voi dáy và SA=a

2. G9i H là

hình chi�u vuông góc cua A lên SB. Chrlng minh tam giác SCD vuông và tính (theo a) khoang cách tu H đ�n m�t phiing (SCD).

**Bài 6.50** (D-08)**.** Cho lăng tr,i đrlng ABC.A’B’C’ có đáy ABC là tam giác vuông,

√

AB=BC=a, c<nh bên AA’=a

1. G9i M là trung đi�m c<nh BC. Tính theo a th�

tích kh6i lăng tr,i ABC.A’B’C’ và khoang cách giita hai đưdng thiing AM, B’C.

**Bài 6.51** (D-09)**.** Cho lăng tr,i đrlng ABC.A’B’C’ có đáy ABC là tam giác vuông t<i B, AB=a, AA’=2a, A’C=3a. G9i M là trung đi�m cua đo<n thiing A’C’, I là giao đi�m cua AM và A’C. Tính theo a th� tích kh6i trl di�n IABC và khoang cách tu đi�m A đ�n m�t phiing (IBC).

**Bài 6.52** (D-10)**.** Cho hình chóp S.ABCD có dáy ABCD là hình vuông c<nh a, c<nh bên SA=a, hình chi�u vuông góc cua đinh S trên m�t phiing (ABCD) là đi�m

AC

H thu9c đo<n AC, AH=

. G9i CM là đưdng cao cua tam giác SAC. Chrlng

4

minh M là trung đi�m cua SA và tính th� tích kh6i trl di�n SMBC theo a.

**Bài 6.53** (B-02)**.** Cho hình l�p phương ABCD.A1B1C1D1 có c<nh bang a.

* 1. Tính theo a khoang cách giita hai đưdng thiing A1B và B1D.
  2. G9i M, N, P ldn lư9t là trung đi�m các c<nh BB1, CD, A1D1. Tính góc giita hai đưdng thiing MP và C1N.

**Bài 6.54** (B-03)**.** Cho hình lăng tr,i đrlng ABCD.A’B’C’D’ có đáy ABCD là m9t hình thoi c<nh a, góc B---AD = 60*o*. G9i M là trung đi�m c<nh AA’ và N là trung

đi�m c<nh CC’. Chrlng minh rang b6n đi�m B’, M, D, N cùng thu9c m�t phiing. Hãy tính đ9 dài c<nh AA’ theo a đ� trl giác B’MDN là hình vuông.

**Bài 6.55** (B-04)**.** Cho hình chóp trl giác đ�u S.ABCD có c<nh đáy bang a, góc giita c<nh bên và m�t đáy bang *ϕ* (0*o < ϕ <* 90*o*). Tính tan cua góc giita hai m�t phiing (SAB) và (ABCD) theo *ϕ*. Tính th� tích kh6i chóp S.ABCD theo a và *ϕ*.

**Bài 6.56** (B-06)**.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chit nh�t voi

√

AB=a, AD=a

2, SA=a và SA vuông góc voi m�t phiing (ABCD). G9i M, N ldn

lư9t là trung đi�m cua AD và SC, I là giao đi�m cua BM và AC. Chrlng minh rang m�t phiing (SAC) vuông góc voi m�t phiing (SMB). Tính th� tích kh6i trl di�n ANIB.

**Bài 6.57** (B-07)**.** Cho hình chóp trl giác đ�u S.ABCD có đáy là hình vuông c<nh

a. G9i E là đi�m đ6i xrlng cua D qua trung đi�m cua SA, M là trung đi�m cua AE, N là trung đi�m cua BC. Chrlng minh MN vuông góc voi BD và tính (theo a) khoang cách giita hai đưdng thiing MN và AC.

**Bài 6.58** (B-08)**.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông c<nh 2a, SA=a, SB=a√3 và m�t phiing (SAB) vuông góc voi m�t phiing đáy. G9i M, N ldn

lư9t là trung đi�m các c<nh AB, BC. Tính theo a th� tích cua kh6i chóp S.BMDN và tính cosin góc giita hai đưdng thiing SM, DN.

**Bài 6.59** (B-09)**.** Cho hình lăng tr,i tam giác ABC.A’B’C’ có BB’=a, góc giita đưdng thiing BB’ và m�t phiing (ABC) bang 60*o*, tam giác ABC vuông t<i C và B---AC = 60*o*. Hình chi�u vuông góc cua đi�m B’ lên m�t phiing (ABC) trùng voi tr9ng tâm cua tam giác ABC. Tính th� tích kh6i trl di�n A’ABC theo a.

**Bài 6.60** (B-10)**.** Cho hình lăng tr,i tam giác đ�u ABC.A’B’C’ có AB=a, góc giita hai m�t phiing (A’BC) và (ABC) bang 60*o*. G9i G là tr9ng tâm tam giác A’BC. Tính th� tích kh6i lăng tr,i đã cho và tính bán kính m�t cdu ngo<i ti�p trl di�n GABC theo a.

**Bài 6.61** (A-02)**.** Cho hình chóp tam giác đ�u S.ABC đinh S, có đ9 dài c<nh đáy bang a. G9i M, N ldn lư9t là trung đi�m cua các c<nh SB và SC. Tính theo a di�n tích tam giác AMN, bi�t rang m�t phiing (AMN) vuông góc voi m�t phiing (SBC).

**Bài 6.62** (A-03)**.** Cho hình l�p phương ABCD.A’B’C’D’. Tính s6 đo góc phiing nhj di�n [*B, A*t*C, D*].

**Bài 6.63** (A-06)**.** Cho hình tr,i có các đáy là hai hình tròn tâm O và O’, bán kính đáy bang chi�u cao và biing a. Trên đưdng tròn tâm O l�y đi�m A, trên đưdng tròn tâm O’ l�y đi�m B sao cho AB=2a. Tính th� tích kh6i trl di�n OO’AB.

**Bài 6.64** (A-07)**.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông c<nh a, m�t bên SAD là tam giác đ�u và nam trong m�t phiing vuông góc voi đáy. G9i M, N, P ldn lư9t là trung đi�m cua các c<nh SB, BC, CD. Chrlng minh rang AM vuông góc voi BP và tính th� tích cua kh6i trl di�n CMNP.

**Bài 6.65** (A-08)**.** Cho lăng tr,i ABC.A’B’C’ có đ9 dài c<nh bên bang 2a, đáy ABC

√

là tam giác vuông t<i A, AB=a, AC=a

3 và hình chi�u vuông góc cua đinh A’

trên m�t phiing (ABC) là trung đi�m cua c<nh BC. Tính theo a th� tích kh6i chóp A’ABC và tính cosin cua góc giita hai đưdng thiing AA’ và B’C’.

**Bài 6.66** (A-09)**.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông t<i A và D; AB=AD=2a, CD=a; góc giita hai m�t phiing (SBC) và (ABCD) bang 60*o*. G9i I là trung đi�m cua c<nh AD. Bi�t hai m�t phiing (SBI) và (SCI) cùng vuông góc voi m�t phiing (ABCD), tính th� tích kh6i chóp S.ABCD theo a.

**Bài 6.67** (A-10)**.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông c<nh a. G9i M, N ldn lư9t là trung đi�m cua các c<nh AB và AD; H là giao đi�m cua CN

voi DM. Bi�t SH vuông góc voi m�t phiing (ABCD) và SH=a√3. Tính th� tích

kh6i chóp S.CDNM và tính khoang cách giita hai đưdng thiing DM và SC theo a.

## Đáp sfi

**6.1** *M* (1; −1; 0) : *M* ( 7 ; − 5 ; 2 )*.*

**6.4** ∆ : *x*−1 = *y*−2 = *z*−3

3 3 3

**6.2** 6*x* + 3*y* − 4*z* + 12 = 0

2 2 3

**6.5** 1. *M* = (4; −7; 6); (5; 9; −11)

**6.3** *x*+1

*y*+4 *z*

2. *M* (−2; 1; −5); *M* (−14; −35; 19)

2 = 3 = 2

**6.6** *M* (0; 1; 3) hay *M* (− 6 ; 4 ; 12 )

**6.23** 30*o,* 2√6 ; √2

**6.7** *m* = − 1

2

7 7 7

3

**6.24** *I*(−3; 5; 7)*orI*(3; −7; 1)

*x* = *t, y* = −1*, z* = 4 + *t*

**6.8** *k* = 1

2√2

**6.25** 1

**6.9** √*a*2+*b*2

*ab*

; *a* = *b* = 2

2*x* − *y* + *z* − 1 = 0; *x* − 2*y* − *z* + 1 = 0

**6.10** 15*x*+11*y*−17*z* −10 = 0; *SOAB* =

**6.26** *x*−2 = *y* = *z*+1

7 1 −4

5

**6.11** *A*t(−1; −4; 1); *x*−1 = *y*−2 = *z*−3

**6.27** *H*(3; 1; 4); *x* − 4*y* + *z* − 3 = 0

1 −3

−5

**6.28** *M* (0; 1; −3)*orM* ( 18 ; 53 ; 3 )

**6.12** *x* = *y*−2 = *z*−2

35 35 35

2 −1

1 ; *M* (−1; 0; 4)

**6.29** 1

**6.13** *D*( 5 ; 1 ; −1); *x*+3 = *y*−1 = *z*−1

√6

2 2 1

−2 −1

**6.30** (*S*) : (*x*˘2)2 + (*y*˘1)2 + (*z*˘3)2 =

**6.14** *x*−*z*±2√2 = 0; *M* (4; 1; 1)*, M* (7; 4; 245)*.*

### 6.15 5

**6.16** *x*+4 = *y*+2

*z*−4

**6.31** (*x* + 1)2 + (*y* + 1)2 + (*z* − 2)2 =

17

3 2 = −1

**6.32** *x*2 + *y*2 + (*z* − 3)2 = 8

**6.17** *x* + 3*y* + 5*z* − 13 = 0

3

*M* (0; 1; −1)*, N* (0; 1; 1)

**6.18** *x* + 2*y* − 4*z* + 6 = 0; *M* (2; 3; −7)

**6.19** 4*x*+2*y*+7*z*−15 = 0; 2*x*+3*z*−5 =

0

**6.33** (*x* − 5)2 +(*y* − 11)2 +(*z* − 2)2 = 1

(*x* + 1)2 + (*y* + 1)2 + (*z* + 1)2 = 1

**6.34** *x* − *y* + *z* = 0; *x* − *y* − *z* = 0

**6.35** (*x* − 1)2 + *y*2 + (*z* − 1)2 = 1

*x*+3 *y*

*z*−1

26 = 11 = −2

**6.36** *x*2 + *y*2 + *z*2 − 3*x* − 3*y* − 3*z* = 0

**6.20** *b* = *c* = 1 ; *M* (−1; 0; 0)*, M* (2; 0; 0)

2

**6.21** 2*x* − *z* = 0; *H*(2; 3; 4)

*H*(2; 2; 2)

√

**6.37** *x*2 + (*y* + 2)2 + *z*2 = 576 ; 17

**6.22** *a*2*b* ; *a* = 1

### 6.38 *y*

2*z* = 0; *M* ( 1;

25 2

1; 3)

4 *b* −

− − −

**6.39** *H*(3; 0; 2); *r* = 4

**6.40** *x*2 + *y*2 + (*z* + 2)2 = 25

*a*3

**6.53** *a* ; 90*o*

**6.54** *a*√2

√6

√

6

**6.41** *V* = √

### 6.55

2 *a*3 tan *ϕ*

*a d* = √6

24 2

3√

36

**6.56** *a*3√2

**6.42** *V*(*SABH*) = 7*a* 11

96

**6.43** *V* (*S, ABC*) = 1 *a*2√7 *a* = *a*3√7

### 6.57

*a*√2

4

3 4

√

12

√

**6.58** *a*

3√3 ; √5

*d* [*BC, SA*] = 3 *HI* = 3 *a* 42 = *a* 42 3 5

2 2 12 8

9*a*3

**6.44** *V* = 2*a*3√3; *h* = 6*a*

√7

### 6.59

208

3*a*3√3 7*a*

**6.45** *V* = 3*a*3 ; *h* = *a*√3

### 6.60

8 ; 12

2 2

√

*a*2√10

**6.46** *V*(*SMNCB*) = √3*a*3; *h* = *a* 12

√13

**6.61** 16

√

√

**6.62** 120*o*

### 6.47 *a*

2

;

3 *a* 2

2

√

### 6.48 3

3*a*3

√

50

### 6.63

3*a*3

12

√ 3

### 6.49 *a*

3

**6.64**

3*a*

96

√

**6.50** *a* 7

**6.65** *a* ; 1

7 2 4

3

**6.51** 4*a*3 ; 2*a*√5

√

**6.66** 3 15*a*3

9 5

**6.52** *a*3√14

5

√ 3

√

48 **6.67** 5

3*a* ; 2 3*a*

24 √19

[**www.MATHVN.com**](http://www.MATHVN.com/)

**Chương 7**

**Tích phân và ting d ng**

* 1. **Tính các tích phân sau: 57**
  2. **Tính di�n tích hình phing đư(Jc gioi h�n bdi các đưong sau: 59**
  3. **Tính thi tích khfii tròn xoay đư(Jc t�o bdi hình phing (H) khi quay quanh Ox. Bi�t (H) đư(Jc gioi h�n bdi các đưong**

**sau: 59**

**Đáp Sfi 60**

## Tính các tích phân sau:

**Bài 7.1** (D-12)**.**

**Bài 7.3** (A-12)**.**

*π*

4

f

*I* = *x*(1 + sin 2*x*)*dx*

0

3

f 1 + ln(*x* + 1)

*I* = *x*2 *dx*

1

**Bài 7.2** (B-12)**.**

1

f *x*3

*I* =

*dx.*

**Bài 7.4** (D-11)**.**

f 4 4*x* − 1

*x*4 + 3*x*2 + 2

0

*I* = √

0

*dx*

2*x* + 1 + 2

**Bài 7.5** (B-11)**.**

**Bài 7.14** (D-10)**.**

f 3 1 + *x* sin *x*

*π*

*I* = cos2 *x dx*

0

f *e*

*I* = (2*x* −

1

3

) ln *x dx.*

*x*

**Bài 7.6** (A-11)**.**

*π*

**Bài 7.15** (B-03)**.**

f 4 *x* sin *x* + (*x* + 1) cos *x*

*I* = *dx*

0 *x* sin *x* + cos *x*

f 4 1 2 sin2 *x*

*I* =

*π*

−

0 1 + sin 2*x*

*dx.*

**Bài 7.7** (D-03)**.**

f 2

*I* =

|*x*2 − *x*| *dx.*

**Bài 7.16** (B-04)**.**

√

0

**Bài 7.8** (D-04)**.**

f *e* 1 + 3 ln *x* ln *x*

*I* =

1 *x*

*dx.*

f 3

*I* = ln(*x*2 − *x*) *dx.*

2

**Bài 7.17** (B-05)**.**

f 2

*π*

sin 2*x* cos *x*

**Bài 7.9** (D-05)**.**

*π*

*I* = *dx.*

0 1 + cos *x*

f 2

*I* = (*e*sin *x* + cos *x*) cos *x dx.*

0

**Bài 7.18** (B-06)**.**

f ln 5 *dx*

**Bài 7.10** (D-06)**.**

f 1

*I* =

ln 3

*.*

*ex* + 2*e*−*x* − 3

*I* = (*x* − 2)*e*2*x dx.*

0

**Bài 7.19** (B-08)**.**

**Bài 7.11** (D-07)**.**

f *e*

*I* =

1

*x*3 ln2 *x dx.*

*π*

f 4 sin(*x* )*dx*

*π*

−

*I* = 4 *.*

0 sin 2*x* + 2(1 + sin *x* + cos *x*)

**Bài 7.12** (D-08)**.**

f 2 ln *x*

*I* =

*dx.*

**Bài 7.20** (B-09)**.**

f 3

*I* =

3 + ln *x*

(*x* + 1)2 *dx.*

1 *x*3

**Bài 7.13** (D-09)**.**

1

**Bài 7.21** (B-10)**.**

f 3 *dx*

*I* = *.*

1 *ex* − 1

f *e* ln *x*

*I* = *x*(2 + ln *x*)2

1

*dx.*

**Bài 7.22** (A-03)**.**

√

f 2 3 *dx*

**Bài 7.26** (A-08)**.**

*I* =

√5

**Bài 7.23** (A-04)**.**

√ *. x x*2 + 4

f 6 tan4 *x*

*I* =

*π*

0 cos 2*x*

*dx.*

f 2 *x*

*I* = √ *dx.*

**Bài 7.27** (A-09)**.**

1 1 +

*x* − 1

*π*

**Bài 7.24** (A-05)**.**

*π*

f 2

*I* = (cos3 *x* −

1) cos2

*x dx.*

f 2 sin 2*x* + *sinx*

*I* = √ *dx.*

0 1 + 3 cos *x*

0

**Bài 7.28** (A-10)**.**

**Bài 7.25** (A-06)**.**

*π*

f 2 sin 2*x*

*I* = *dx.*

;

f 1 *x*2 + *ex* + 2*x*2*ex*

*I* =

*dx.*

0 cos2 *x* + 4 sin2 *x*

0 1 + 2*ex*

## Tính di�n tích hình phing đư(Jc gioi h�n bdi các đưong sau:

**Bài 7.29** (B-02)**.** *y* =

4 − *x*

*và y* = *x* .

4 4√2

2

I

2

**Bài 7.30** (A-02)**.** *y* = |*x*2 − 4*x* + 3| *và y* = *x* + 3.

**Bài 7.31** (A-07)**.** *y* = (*e* + 1)*x và y* = (1 + *ex*)*x*.

## Tính thi tích khfii tròn xoay đư(Jc t�o bdi hình phing (H) khi quay quanh Ox. Bi�t (H) đư(Jc gioi h�n bdi các đưong sau:

**Bài 7.32** (B-07)**.** *y* = *x* ln *x*, *y* = 0 , *x* = *e*.

## Đáp sfi

*π*2 1

**7.11** ( 5*e*4−1 )

**7.22** ( 1 *ln* 5 )

**7.1** + 32 4 3

32 4

16

**7.2** 1 (2 ln 3 − 3 ln 2)

2

**7.12** ( 3−2 ln 2 )

**7.23** ( 11 − 4 ln 2)

34

3

**7.3** I=

2 −

**7.13** (ln(*e*2 + *e* + 1) − 2)

**7.24** (

27 )

2 + −2

3 3

ln 2 + ln 3

**7.14** ( *e*2 1)

**7.25** ( 2 )

**7.4** 34 + 10 ln 3

**7.15** ( 1

**7.26** ( 1

√ 10

2 ln 2)

3

3 5

135

2 *ln*(2+

3)− 9√3 )

**7.5** √3 + 2*π* + 1 ln 2−√3

**7.16** ( 116 )

**7.27** ( 8 *π*

3

### 7.6

2 2+√3

15 − 4 )

)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *π* + | √ √  ln( 2*π* + 2 ) | | **7.17** | (2 ln 2 − 1) | **7.28** ( 1 1 1+2*e*  3 + 2 *ln* 3 | |
| 4 | 8 | 2 |  |  |  |  |

**7.7** (1)

**7.8** (3 ln 3 − 2)

**7.9** (*e* + *π* − 1)

**7.18** (ln 3 )

√

2

**7.19** ( 4−3 2

4 )

**7.20** ( 1 (3 + ln 27 ))

**7.29** (2*π* + 4 )

**7.30** ( 109 )

3

6

**7.31** ( *e* − 1)

4

**7.10** *I* = ( 5−3*e*2 )

4

### 7.21 (

16

1 + ln 3 )

27

2

3

4 − 3 2

**7.32** ( *π*(5*e* −2) )

[**www.MATHVN.com**](http://www.MATHVN.com/)